

1908.

Nr 15.

1908

# ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. v. R. WIDEMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

BAND 27. HEFT 5.

DER GANZEN REIHE 332. BANDES 5. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE.  
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.

MIT EINER TAFEL.



LEIPZIG, 1908.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

DÖRRRIENSTRASSE 16.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den  
Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in  
15 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 45 M.

(Ausgegeben am 15. December 1908.)

# Inhalt.

	Seite
1. A. Winkelmann. Über einige Erscheinungen, die bei der Beugung des Lichtes durch Gitter auftreten . . . . .	905
2. Ernst Wagner. Über den Einfluß des hydrostatischen Druckes auf die Stellung der Metalle in der thermoelektrischen Spannungsreihe . . . . .	955
3. W. Voigt. Über singuläre Richtungen in pleochroitischen Kristallen . . . . .	1002
4. W. Voigt. Ein optisches Paradoxon . . . . .	1023
5. W. Wien. Über positive Strahlen. Erste Abhandlung . . . . .	1025
6. Max Toepler. Neue, einfache Versuchsanordnung zur bequemen subjektiven Sichtbarmachung von Funkenschallwellen nach der Schlierenmethode. (Hierzu Taf. XI.) . . . . .	1043
7. Max Toepler. Zur Kenntnis der Funkenschallwellen elektrischer Oszillationen . . . . .	1051
8. Philipp Frank. Relativitätstheorie und Elektronentheorie in ihrer Anwendung zur Ableitung der Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten ponderablen Körpern . . . . .	1059
9. Ernst Dieckmann. Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der von einem Poulson-Lichtbogen ausgesandten kurzwelligen Schallstrahlen . . . . .	1066
10. Franz Wiemers. Osmotische Untersuchungen über Alkalihaloide . . . . .	1081
11. O. Lehmann. Bemerkungen zu Fr. Reinitzers Mitteilung über die Geschichte der flüssigen Kristalle . . . . .	1099
12. B. Walter. Über das Röntgensche Absorptionsgesetz . . . . .	1103
Namenregister zum Jahrgang 1908 . . . . .	1105

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: Würzburg, Pleiherring 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte druckfertig einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

---

Verlag von **Johann Ambrosius Barth** in Leipzig.

---

Soeben erschien:

## Adressbuch der lebenden Physiker, Mathematiker und Astronomen des In- und Auslandes und der technischen Hilfskräfte.

**Zweite umgearbeitete Auflage.**

IV, 270 Seiten. 1909. M. 8.—, kartoniert M. 8.60.

---



Sp  
nt  
br  
ze  
ro  
m  
V  
zu  
ec  
St  
m  
st  
St  
fo  
st  
fe  
da  
O  
wi  
wi  
E  
St  
en  
ge



# ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 27.

## 1. *Über einige Erscheinungen, die bei der Beugung des Lichtes durch Gitter auftreten;*

von A. Winkelmann.

### Einleitung.

Wenn man ein Fernrohr auf einen unendlich entfernten Spalt (Kollimator mit Spalt) einstellt und ein Gitter mit genügend großer Gitterkonstanten vor das Fernrohrobjektiv anbringt, so sieht man bekanntlich außer der hellen Mitte gleichzeitig mehrere Beugungsspektren in dem Gesichtsfeld des Fernrohres. Bei Verwendung monochromatischen Lichtes sieht man ein Streifensystem von fast genau gleichen Abständen. Verändert man die Einstellung des Okulars, so sieht man zunächst das Streifensystem undeutlich werden bzw. verschwinden; dann aber tritt ein neues Streifensystem mit anderem Streifenabstand auf. Dies wiederholt sich noch vielfach, wenn man die Einstellung des Okulars ändert, so daß es viele Einstellungen des Fernrohres gibt, von denen eine jede ein neues Streifensystem liefert. Diese Erscheinung habe ich genauer verfolgt und gebe im folgenden die Resultate wieder, die in nachstehender Weise geordnet sind:

§ 1. Das Fernrohr wird zunächst auf den unendlich entfernten Spalt eingestellt. Nachdem vor das Fernrohrobjektiv das Gitter aufgestellt ist, wird das Okular so weit von dem Objektiv entfernt, bis ein neues Streifensystem auftritt. Es wird angegeben, wie die Verschiebung des Okulars gemessen wird. Ebenso wird die Messung der Streifenbreite dargestellt. Endlich wird eine vollständige Beobachtungsreihe, welche die Stellungen des Okulars mit den zugehörigen Streifenbreiten enthält, mitgeteilt (Tab. I).

§ 2. Es soll die Aufgabe gelöst werden, die im § 1 angegebenen und beobachteten Erscheinungen aus der Beugungs-

theorie abzuleiten; im einzelnen soll 1. der Ort der Streifensysteme, 2. die Streifenbreite, 3. die Intensitätsverteilung in den einzelnen Streifensystemen berechnet werden.

Es wird zunächst die Bedingung dafür aufgestellt, daß ein Punkt außerhalb der Brennebene des Objektives dunkel wird. Um die Phasendifferenzen, die in einem bestimmten Punkt auftreten, zu ermitteln, werden die Phasendifferenzen berechnet, die in einem dem ersten Punkt konjugierten Punkt auftreten.

§ 3. Die Lage der Ebenen, in denen neue Streifensysteme auftreten, wird ermittelt.

§ 4. Für die Ebenen, in denen nach § 3 *neue* Streifensysteme auftreten, wird die Streifenbreite berechnet.

§ 5. Bestimmung der Streifenbreite (Abstand je zweier Streifen voneinander) in der Brennebene des Fernrohres und Nachweis, daß diese Breite unter den vorliegenden Verhältnissen als konstant angesehen werden kann.

§ 6. Die Beobachtungsergebnisse in Tab. I (§ 1), welche für die verschiedenen Streifensysteme den Ort und die Streifenbreite darstellen, werden mit den Formeln verglichen, welche in § 3 und § 4 hierfür angegeben sind.

§ 7. Die Beobachtungen zeigen, daß die Helligkeitsverteilung in dem Beugungsbild (in den Streifensystemen) je nach der Einstellung des Fernrohrökulars verschieden ist. Um die Helligkeitsverteilung zu berechnen, werden zunächst für die Orte maximaler Intensität (helle Streifen) die Phasendifferenzen sämtlicher Strahlen gegenüber einem mittleren Strahl, der der Achse des Fernrohröbektivs nahe liegt, bestimmt. Dies wird für die verschiedenen Ebenen, in welchen nach § 3 neue Streifensysteme auftreten, soweit durchgeführt, als die Beobachtungen (vgl. Tab. I, § 1) reichen.

§ 8. Es werden die Intensitäten der hellen Streifen berechnet, die für das benutzte Gitter in der Brennebene des Fernrohres auftreten. Die berechneten Intensitäten sind in der Tab. II (vgl. auch Kurve I) zusammengestellt. Das benutzte Gitter hatte eine Gitterkonstante von 2,1 mm; jede durchsichtige Spaltbreite war 0,5 mm; für das Fernrohröbektiv waren 14 Spaltöffnungen wirksam.

§ 9. Es wird die Intensität der Strahlen berechnet, die durch *einen* Spalt gehen und die durch eine Linse vereinigt werden.

§ 10. Bestimmung der Intensitäten der hellen Streifen (außerhalb der Brennebene) für Nr. 2 der Versuche von Tab. I, § 1. Die Intensitätsverteilung ist in Tab. V (vgl. auch Kurve II) angegeben.

§ 11. Bestimmung der Intensität der hellen Streifen für Nr. 3 und Nr. 6 der Versuche in Tab. I (§ 1). Die Intensitätsverteilung ist in den Tabb. VII und VIII (vgl. auch die Kurven III und IV) angegeben. Vergleicht man die Intensitätsverteilung in der Brennebene mit der Intensitätsverteilung der hellen Streifen *außerhalb* der Brennebene, so ergibt sich, daß die Maximalwerte der Intensität um so weniger ausgeprägt werden, je weiter für das gleiche Gitter die Einstellungsebene des Okulars sich von der Brennebene entfernt.

§ 12. Da die Intensität des Natronlichtes, mit dem die Beobachtungen in Tab. I (§ 1) angestellt sind, zu wünschen übrig ließ, wurden die Beobachtungen mit dem intensiven Licht des grünen Quecksilberlichtes wiederholt. Die sich ergebenden Beobachtungen über den Ort der Streifensysteme und über die Streifenbreite wurden mit den hierfür berechneten Werten verglichen; hierbei zeigte sich, daß die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung noch etwas größer als früher war.

§ 13. Während in den bisherigen Beobachtungen das Okular vom Objektiv entfernt wurde, werden hier die Erscheinungen beschrieben, welche auftreten, wenn das Okular dem Objektiv genähert wird. Die neuen Streifensysteme werden nach Lage und Breite der Streifen ermittelt und die Resultate mit den berechneten Größen verglichen.

§ 14. Es wird der Einfluß der Verschiebung des Gitters senkrecht zur Fernrohrachse erörtert.

§ 15. Wenn die Gitterkonstante verkleinert wird, wächst der Streifenabstand in der Brennebene und die neuen Streifensysteme außerhalb der Brennebene rücken näher an das Fernrohrobjektiv. Ist die Gitterkonstante klein genug, so liegen die Streifensysteme nahe am Objektiv und sind dann sowohl reell als auch virtuell.

§ 16. Es werden die Erscheinungen behandelt, welche bei kleiner Gitterkonstante ohne Anwendung eines Fernrohrobjektivs auftreten.

§ 17. Berechnung des Ortes der Streifensysteme und der Streifenbreite auf geometrischem Wege.

§ 1. Messung der Okularverschiebung und der Streifenbreite.  
Darstellung eines Beispiels.

Um die Okularverschiebung messen zu können, war an der Einstellschraube des Okulars eine Teilung und an dem Fernrohr eine feste Marke angebracht. Der Schraubenumfang war in 100 Teile geteilt; jedem Teilstrich entsprach eine Verschiebung des Okulars in der Richtung der Fernrohrachse um 0,165 mm.

Zur Messung der Streifenbreite war das Okular mit einem Fadenmikrometer versehen. Der Trommelumfang der Mikrometerschraube, durch welche die Verschiebung des Fadens bewirkt wurde, war in 50 Teile geteilt; jedem Trommelteil entsprach eine Fadenverschiebung, senkrecht zur Fernrohrachse, von 0,005 mm.

Bei der Beobachtung wurde zunächst das Fernrohr auf den Spalt des Kollimators eingestellt und die Stellung der Okularschraube abgelesen; dann wurde das Gitter unmittelbar vor das Fernrohrobjektiv gestellt. Die Fadenebene des Mikrometers liegt jetzt in der Brennebene des Fernrohres, die gleichzeitig die durch das Gitter hervorgebrachten Beugungsstreifen enthält. Die Streifenbreite (Abstand zweier benachbarter heller Streifen) dieses Beugungsbildes wurde dadurch gemessen, daß man mit dem Fadenmikrometer ein ganzes Vielfaches der Streifenbreite ermittelte.

Dann wurde das Okular mittels der Okularschraube von dem Objektiv langsam weiter entfernt, bis ein neues Streifensystem sichtbar wurde; hier wurden von neuem die oben angegebenen Bestimmungen wiederholt, und so fort.

In der folgenden Tab. I ist ein Beispiel angegeben bei Benutzung von Natronlicht. Das Gitter war mit Hilfe einer Teilmaschine in Papier hergestellt; die Gitterkonstante  $a$  war 2,1 mm; die Spaltbreite 0,5 mm, die undurchsichtigen Teile 1,6 mm. Die Brennweite  $A$  des benutzten Fernrohres war 300 mm.

Tabelle I.

Natronlicht.

 $a = 2,1$  mm.  $A = 300$  mm.

Nr. des Versuches	Abstand der Einstellungsebene von der Brennebene in mm	Streifenbreite in mm
1	0	0,0850
2	2,48	0,0168
3	4,12	0,0270
4	6,27	0,0425
5	8,09	0,0265
6	12,54	0,0855
7	18,81	0,0458
8	25,57	0,0875

In der vorstehenden Tabelle sind acht Einstellungen des Okulars angegeben, ausgehend von der Brennebene des Fernrohrobjektivs; die maximale Verschiebung des Okulars (Versuch 8) war 25,57 mm. Die Streifenbreite ist in der Brennebene (Nr. 1) 0,0850 mm; beim Versuche Nr. 2, wo die Einstellungsebene um 2,48 mm weiter als die Brennebene vom Fernrohrobjektiv entfernt ist, war die Streifenbreite bedeutend kleiner, nämlich nur 0,0168 mm. Beim weiteren Herausdrehen des Okulars nimmt die Streifenbreite zunächst wieder zu usw. Die Streifenbreiten in den Versuchen 6 und 8 zeigen sich größer, als der Anfangswert beim Versuch 1.

## § 2. Anwendung der Beugungstheorie auf die Beobachtungen.

Es soll die Aufgabe gelöst werden, die in § 1 dargestellten Erscheinungen quantitativ aus der Beugungstheorie abzuleiten; im einzelnen sollen also die Orte der einzelnen Streifensysteme (Abstand derselben von der Brennebene) und die Streifenbreite dieser Systeme berechnet werden.

Zunächst soll die Bedingung dafür aufgestellt werden, daß ein Punkt außerhalb der Brennebene des Fernrohrobjektivs dunkel sei. Es sei  $P$  (Fig. 1) ein Punkt eines dunklen Streifens.

Ferner sei das Fernrohrobjektiv  $LL$  ein plankonvexes Linsensystem von verschwindender Dicke, dessen Brennpunkt in  $F$  liege.  $LL$  sei bis auf zwei Öffnungen  $C_1$  und  $C_2$ , die auf einem

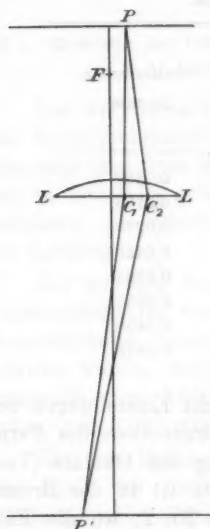


Fig. 1.

Linsendurchmesser liegen und deren Abstand gleich einem ganzen Vielfachen der Gitterkonstanten  $a$  sei, verdeckt.

Auf  $LL$  fallen von unten achsenparallele Strahlen, die vom Kollimatorspalt ausgehen und deren Phasendifferenz in  $C_1$  und  $C_2$  gleich Null ist. Diese Strahlen breiten sich von  $C_1$  und  $C_2$  nach allen Richtungen aus; einer der Schnittpunkte sei  $P$ . Sollen sie hier ein Intensitätsminimum besitzen, so muß ihre Phasendifferenz in  $P$  gleich einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge  $\lambda$  des benutzten Lichtes sein. Die Strahlen  $C_1P$  und  $C_2P$  verlaufen je in zwei verschiedenen Medien, Glas und Luft, und deshalb läßt sich ihre Phasendifferenz nicht so bequem berechnen, wie die Phasendifferenz zweier äquivalenter Strahlen, die ganz in Luft verlaufen.

Stellt  $P'$  den konjugierten Punkt von  $P$  dar und denkt man sich  $P'$  als leuchtenden Punkt, so ist die Phasendifferenz je zweier Strahlen, die von  $P'$  ausgehend durch die Linse  $LL$  nach  $P$  gelangen, in  $P$  gleich Null. Bezeichnet man daher die optischen Längen der einzelnen Strecken — also in Wellenlängen ausgedrückt — mit  $P'C_1$ ;  $P'C_2$  usw., so ist

$$P'C_2P - P'C_1P = 0,$$

oder

$$P'C_2 + C_2P - (P'C_1 + C_1P) = 0,$$

daher

$$(1) \quad P'C_2 - P'C_1 = C_1P - C_2P.$$

Damit in  $P$  die beiden Strahlen, die von  $C_1$  und  $C_2$  ausgegangen sind, sich vernichten, muß ihre Phasendifferenz, wie

oben angegeben, gleich einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge sein, daher

$$C_1 P - C_3 P = s \cdot \lambda,$$

wo  $s$  ein ungerades Vielfaches von  $\frac{1}{2}$  ist.

Nach Gleichung (1) ist dann aber auch

$$(2) \quad P' C_3 - P' C_1 = s \cdot \lambda.$$

Seien jetzt eine größere Zahl von Öffnungen  $C_0; C_1; C_2; C_3 \dots$  vorhanden, so hat man folgendes:

Um bei parallel einfallendem Licht einen Punkt  $P$  zu ermitteln, wo Dunkelheit herrscht, muß ein konjugierter Punkt  $P'$  so bestimmt werden, daß für je zwei Öffnungen  $C_r$  und  $C_t$

$$(3) \quad P' C_r - P' C_t = s \cdot \lambda$$

wird, wo  $s$  ein ungerades Vielfaches von  $\frac{1}{2}$  ist und wo  $r$  und  $t$  noch näher anzugeben sind.

Die Differenz  $P' C_r - P' C_t$  läßt sich folgendermaßen darstellen. Es seien  $C_0; C_1; C_2 \dots$  (Fig. 2) Öffnungen, deren Abstände

$$C_0 C_1 = C_1 C_2 = C_2 C_3 \dots = a$$

sei, wo  $a$  die Gitterkonstante darstellt. Der Abstand des Punktes  $P'$  von der Linie  $C_0 C_r$  sei  $z$ , so daß  $P' D = z$ .

Ferner sei  $D C_0 = \delta$ , wo  $\delta$  zwischen 0 und  $a$  liegt. Es ist dann

$$(P' C_r)^2 = z^2 + (r a + \delta)^2$$

und daraus, wenn man voraussetzt, daß höhere Potenzen von  $(r a + \delta/z)^2$  vernachlässigt werden dürfen,

$$P' C_r = z \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{r a + \delta}{z} \right)^2 \right\}.$$

Mithin wird

$$(3a) \quad P' C_r - P' C_t = \frac{a^2}{2z} (r - t) \left( r + t + \frac{2\delta}{a} \right) = s \cdot \lambda$$

und daher

$$(4) \quad z = \frac{a^2}{2\lambda} \cdot \frac{(r - t) \left( r + t + \frac{2\delta}{a} \right)}{s}.$$

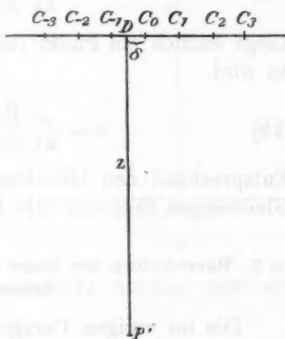


Fig. 2.

Da  $z$  den Abstand des Punktes  $P'$  von  $D$  darstellt, so muß  $z$  konstant sein. Da ferner  $a/2\lambda$  konstant ist, so muß also

$$(5) \quad \frac{(r-t) \left( r+t+\frac{2\delta}{a} \right)}{s} = C$$

konstant sein, d. h. es muß sich  $r$ ,  $t$ ,  $\delta$  und  $s$  so bestimmen lassen, daß Gleichung (5) besteht, wobei zu beachten ist, daß  $r$  und  $t$  ganze Zahlen sind,  $2\delta/a$  zwischen 0 und 2 liegt und  $s$  ein ungerades Vielfaches von  $\frac{1}{2}$  ist.

Im obigen ist vorausgesetzt, daß die beiden Punkte  $C_t$  und  $C_r$  rechts von  $C_0$  liegen, daß also  $r$  und  $t$  positiv seien. Liegen die beiden Punkte auf der linken Seite von  $C_0$ , so erhält man

$$(4a) \quad z = \frac{a^2}{2\lambda} \frac{(r-t) \left( r+t-\frac{2\delta}{a} \right)}{s'}.$$

Liegt endlich ein Punkt rechts von  $C_0$ , der andere links davon, so wird

$$(4b) \quad z = \frac{a^2}{2\lambda} \frac{(r+t) \left( r-t+\frac{2\delta}{a} \right)}{s''}.$$

Entsprechend den Gleichungen (4a) und (4b) lassen sich die Gleichungen (5a) und (5b) bilden.

### § 3. Berechnung der Lage der Ebenen, in denen die Streifensysteme auftreten.

Die im vorigen Paragraph maßgebende Gleichung (4) läßt sich schreiben:

$$(4c) \quad z = \frac{a^2}{2\lambda} \cdot C,$$

wo  $C$  durch Gleichung (5) definiert ist. In Fig. 3 stellt  $EB$  die Achse der Linse  $LL$  dar. Die Punkte  $P_1$  und  $P_2$  sollen den Ort zweier benachbarter dunkler Streifen darstellen; zu  $P_1$  und  $P_2$  seien die Punkte  $P_1'$  und  $P_2'$  konjugiert.

Der Abstand dieser Punkte von der Linse ist  $EC = z$ ; der Abstand der Punkte  $P_1$  und  $P_2$  von der Linse sei  $v = CB$ .

Ist  $A$  die Brennweite der Linse, so hat man

$$v = \frac{A \cdot z}{z - A}.$$



Hieraus folgt der Abstand  $y = FB$  des Streifensystems von der Brennebene, der nach § 1 beobachtet wurde,

$$y = v - A = \frac{A^2}{z - A}.$$

Durch Eliminierung von  $z$  mittels Gleichung (4c) erhält man

$$y = \frac{A^2}{\frac{a^2}{\lambda} \cdot \frac{C}{2} - A}.$$

Diese Gleichung nimmt eine bequemere Gestalt an, wenn man die Wellenlänge  $\lambda$  durch die Streifenbreite ausdrückt, die in der Brennebene vorhanden ist. Diese Streifenbreite  $b$ , deren Berechnung später in § 5 erfolgt und von der gezeigt wird, daß sie als konstant angesehen werden kann, ist

$$(6) \quad b = \frac{A \cdot \lambda}{a},$$

wo  $A$  und  $a$  die frühere Bedeutung (Brennweite und Gitterkonstante) haben. Hiermit wird

$$(7) \quad y = \frac{A b}{a \cdot \frac{C}{2} - b}.$$

Über den Wert von  $C$  läßt sich folgende Aussage machen. Aus den Gleichungen (5) und (5a)

$$(5) \quad \frac{(r - t) \left( r + t + \frac{2\delta}{a} \right)}{s} = C,$$

$$(5a) \quad \frac{(r - t) \left( r + t - \frac{2\delta}{a} \right)}{s'} = C,$$

folgt

$$\frac{C}{2} = \frac{(r - t)(r + t)}{s + s'}.$$

Da  $(s + s')$  eine ganze Zahl ist, so ist  $C/2$  gleich dem Quotienten zweier ganzer Zahlen; man kann deshalb

$$(8) \quad \frac{C}{2} = \frac{p}{q}$$

setzen, wo  $p$  und  $q$  ganze Zahlen sind.

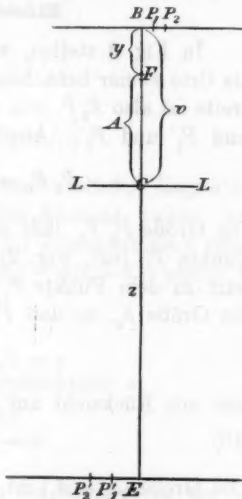


Fig. 3.

Hiermit wird der Abstand  $y$  des Streifensystems von der Brennebene

$$(9) \quad y = \frac{q A b}{p a - q b}.$$

§ 4. Berechnung der Streifenbreite für die verschiedenen Einstellungen des Okulars.

In Fig. 3 stellen, wie bereits in § 3 angegeben,  $P_1$  und  $P_2$  die Orte zweier benachbarter dunkler Streifen dar. Die Streifenbreite ist also  $P_2 P_1 = \varepsilon$ . Die zu  $P_1$  und  $P_2$  konjugierten Punkte sind  $P_1'$  und  $P_2'$ . Aus der Linsentheorie ergibt sich dann

$$\varepsilon = P_2 P_1 = P_2' P_1' \frac{y + A}{\pi} = P_2' P_1' \frac{y}{A}.$$

Die Größe  $P_2' P_1'$  läßt sich folgendermaßen angeben. Zu dem Punkte  $P'$  (vgl. Fig. 2) gehört die Größe  $\delta$ ; ebenso gehört jetzt zu dem Punkte  $P_1'$  die Größe  $\delta_1$  und zu dem Punkte  $P_2'$  die Größe  $\delta_2$ , so daß  $P_2' P_1' = (\delta_2 - \delta_1)$ . Hiermit wird

$$\varepsilon = P_2' P_1' \frac{y}{A} = (\delta_2 - \delta_1) \frac{y}{A}$$

und mit Rücksicht auf (9)

$$(10) \quad \varepsilon = (\delta_2 - \delta_1) \frac{q \cdot b}{p a - q b}.$$

Die Größe  $(\delta_2 - \delta_1)$  ist aus Gleichung (5) zu ermitteln, nachdem gemäß Gleichung (8)

$$C = \frac{2 p}{q}$$

gesetzt ist, nämlich

$$(11) \quad s = \frac{(r - t) \left( r + t + \frac{2 \delta}{a} \right) q}{2 p}.$$

Berücksichtigt man, daß  $s$  ein ungerades Vielfaches von  $\frac{1}{2}$  ist und setzt  $s = (2n + 1)/2$ , wo  $n$  eine ganze Zahl ist, so wird aus Gleichung (11)

$$2n + 1 = \frac{(r - t) \left( r + t + \frac{2 \delta}{a} \right) q}{p}.$$

Da  $p$  und  $q$  unabhängig voneinander sind, so werde so verfügt, daß  $(r - t) = p$  ist. Dann wird

$$\frac{2 \delta}{a} = \frac{2n + 1}{q} - (r + t).$$

Ändert sich  $\delta$ , so ändert sich auch  $n$ ,  $r$  und  $t$ . Führt man für  $\delta_1$  und  $\delta_2$  die Werte mit den entsprechenden Indizes ein, und beachtet man, daß

$$r_1 - t_1 = r_2 - t_2 = p$$

ist, so wird

$$(11a) \quad \begin{cases} \delta_1 = \frac{a}{2} \left\{ \frac{2n_1 + 1}{q} - (p + 2t_1) \right\}, \\ \delta_2 = \frac{a}{2} \left\{ \frac{2n_2 + 1}{q} - (p + 2t_2) \right\}, \end{cases}$$

und daher

$$\delta_2 - \delta_1 = a \left\{ \frac{n_2 - n_1}{q} - (t_2 - t_1) \right\}.$$

$\delta_2 - \delta_1$  ist höchstens gleich  $a$ ; der Klammerausdruck liegt also zwischen 0 und 1. Damit  $(\delta_2 - \delta_1)$  den Abstand zweier benachbarter Streifen darstellt, muß  $(\delta_2 - \delta_1)$  möglichst klein sein. Dies wird der Fall sein, wenn  $\{(n_2 - n_1) - q(t_2 - t_1)\}$  gleich 1 wird. Hiermit wird

$$\delta_2 - \delta_1 = \frac{a}{q},$$

und daher nach Gleichung (10) die Streifenbreite  $s$

$$(10a) \quad s = \frac{a}{q} \frac{q \cdot b}{p a - q b} = \frac{a b}{p a - q b}.$$

§ 5. Bestimmung der Streifenbreite in der Brennebene des Fernrohrs und Nachweis, daß dieselbe als konstant angesehen werden kann.

Bezeichnet man, wie bisher die Gitterkonstante mit  $a$ , die Wellenlänge mit  $\lambda$ , so ist für den ersten hellen Beugungsstreifen in der Brennebene

$$\sin \alpha_1 = \frac{\lambda}{a}.$$

Für den zweiten Beugungsstreifen hat man

$$\sin \alpha_2 = \frac{2\lambda}{a}.$$

Befinden sich (Fig. 4) Gitter und Linse in  $C$ , ist  $A$  die Brennweite und  $O$  der Brennpunkt der Linse, so ist in  $O$  die helle Mitte des

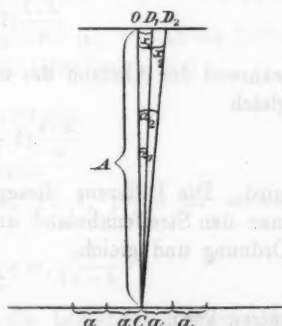


Fig. 4.

Beugungsbildes. Bezeichnet man mit  $x_1 = OD_1$  den Abstand des ersten hellen Streifens von der Mitte, mit  $x_2 = OD_2$  den Abstand des zweiten hellen Streifens von der Mitte, so ist

$$\sin \alpha_1 = \frac{\lambda}{a} = \frac{x_1}{CD_1}, \quad \sin \alpha_2 = \frac{2\lambda}{a} = \frac{x_2}{CD_2}.$$

Aus der Figur ergibt sich:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{A \cdot \lambda}{a} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2}} = \frac{A \cdot \lambda}{a} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2 \right\}, \\ &\vdots \\ x_n &= \frac{A \cdot \lambda}{a} \frac{n}{\sqrt{1 - \left(\frac{n\lambda}{a}\right)^2}} = \frac{A \cdot \lambda n}{a} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{n\lambda}{a}\right)^2 \right\}. \end{aligned}$$

Hierbei ist vorausgesetzt, daß die höheren Potenzen von  $(n\lambda/a)^2$  vernachlässigt werden können.

Der Abstand des  $n^{\text{ten}}$  und  $(n-1)^{\text{ten}}$  Beugungsstreifens ist daher

$$x_n - x_{n-1} = \frac{A \cdot \lambda}{a} \left\{ 1 + \frac{n^2 - (n-1)^2}{2} \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2 \right\}.$$

Die Beobachtungen wurden zunächst mit einem Gitter, dessen Konstante  $a = 2,1 \text{ mm}$  war, ausgeführt. Setzt man

$$\lambda = 0,000589 \text{ mm},$$

so wird für  $n = 7$  der Abstand des 7. und 6. Streifens gleich

$$\frac{A \cdot \lambda}{a} (1 + 5,0 \cdot 10^{-9}),$$

während der Abstand des ersten Streifens von der hellen Mitte gleich

$$\frac{A \cdot \lambda}{a} (1 + 0,0787 \cdot 10^{-9})$$

wird. Die Differenz dieser beiden Werte ist so klein, daß man den Streifenabstand unbedenklich als unabhängig von der Ordnung und gleich

$$\frac{A \cdot \lambda}{a} = b$$

setzen kann.

§ 6. Spezialisierung der abgeleiteten Formeln zur Darstellung der Beobachtungen in Tab. I.

Die Tab. I ist nach wachsenden Werten des Abstandes der Einstellungsebene des Okulars von der Brennebene des Objektivs geordnet. Dieser Abstand ist in den abgeleiteten Formeln mit  $y$  bezeichnet.

Nr. 1 des Versuches. Hier ist  $y = 0$ . Die berechnete Streifenbreite ergibt sich aus (vgl. § 5)

$$b = \frac{A \cdot \lambda}{a} = 0,0842 \text{ mm},$$

wenn  $A = 300 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 0,0005893 \text{ mm}$ ,  $a = 2,1 \text{ mm}$  gesetzt wird. Die beobachtete Streifenbreite war  $0,0850 \text{ mm}$ .

Nr. 2 des Versuches. In diesem Versuch hat  $y$  den kleinsten Wert der Tab. I, wenn man von Nr. 1, wo  $y = 0$  ist, absieht. Nach der Gleichung (9) wird  $y$  um so kleiner, je kleiner  $q$  und je größer  $p$  ist. Man wird deshalb unter Berücksichtigung, daß  $p$  und  $q$  ganze Zahlen sind, zunächst  $q = 1$  setzen und für  $p$  einen solchen Wert suchen, daß der berechnete Wert von  $y$  mit dem beobachteten möglichst nahe übereinstimmt.

Setzt man in den Gleichungen (9) und (10a)

$$q = 1, \quad p = 5,$$

so wird

$$y = \frac{A b}{5a - b} = 2,24 \text{ mm},$$

während  $2,31 \text{ mm}$  nach Tab. I beobachtet ist, so daß die Differenz nur klein ist. Ferner ist nach Gleichung (10a)

$$\varepsilon = \frac{a b}{5a - b} = 0,0170 \text{ mm},$$

während  $0,0168 \text{ mm}$  beobachtet wurde.

Nr. 3 des Versuches. Hier ist  $q = 1$ ,  $p = 3$  zu setzen. Hiermit wird

$$y = \frac{A b}{3a - b} \quad \text{und} \quad \varepsilon = \frac{a b}{3a - b}.$$

In der folgenden Tab. I' sind die berechneten Werte für  $y$  und  $\varepsilon$  mit den beobachteten zusammengestellt.

Tabelle I' (Natronlicht).

$$\lambda = 0,0005893; \quad a = 2,1 \text{ mm}; \quad A = 300 \text{ mm}; \quad b = \frac{A \cdot \lambda}{a} = 0,0842 \text{ mm}.$$

Nr. des Versuches	Abstand der Einstellungsebene von der Brennebene $y$ in mm				Streifenbreite $\varepsilon$ in mm			
	beob.	ber.	Differenz beob.-ber.		beob.	ber.	Differenz beob.-ber.	
			in mm	in Proz.			in mm	in Proz.
1	0	0	—	—	0,0850	0,0842	+0,0008	+1,0
2	2,48	2,43	+0,05	+2,0	0,0168	0,0170	-0,0002	-1,2
3	4,12	4,06	+0,06	+1,5	0,0270	0,0284	-0,0014	-5,0
4	6,27	6,14	+0,13	+2,0	0,0425	0,0430	-0,0005	-1,2
5	8,09	8,24	-0,15	-1,9	0,0265	0,0288	-0,0023	-8,7
6	12,54	12,53	+0,01	+0,1	0,0855	0,0877	-0,0022	-2,5
7	18,81	19,20	-0,39	-2,2	0,0458	0,0448	+0,0010	+2,2
8	25,57	26,16	-0,59	-2,4	0,0875	0,0915	-0,0040	-4,6

Die in vorstehender Tabelle als „berechnet“ angegebenen Werte sind nach folgenden Formeln berechnet.

Tabelle I'a.

Nr. des Versuches	Werte von		Abstand des beobachteten Streifensystems von der Brennebene $y$	Streifenbreite $\varepsilon$
	$q$	$p$		
1	0	1	0	$b = \frac{\lambda A}{a}$
2	1	5	$\frac{A b}{5a - b}$	$\frac{a b}{5a - b}$
3	1	3	$\frac{A b}{3a - b}$	$\frac{a b}{3a - b}$
4	1	2	$\frac{A b}{2a - b}$	$\frac{a b}{2a - b}$
5	2	3	$\frac{2 A b}{3a - 2b}$	$\frac{a b}{3a - 2b}$
6	1	1	$\frac{A b}{a - b}$	$\frac{a b}{a - b}$
7	3	2	$\frac{3 A b}{2a - 3b}$	$\frac{a b}{2a - 3b}$
8	2	1	$\frac{2 A b}{a - 2b}$	$\frac{a b}{a - 2b}$

Die Tab. I' ist nach wachsenden Werten von  $y$  geordnet. Die Werte  $s$  für die Streifenbreite sind bald größer, bald kleiner als der Anfangswert. Die größten Werte der beobachteten Streifenbreite sind 0,0850 (Nr. 1); 0,0855 (Nr. 6) und 0,0875 (Nr. 8). Diese Werte wachsen gleichzeitig mit  $y$ ; d. h. je weiter sich die beobachteten Streifen vom Fernrohrobjektiv entfernen. Die Formeln für diese drei Werte sind:

Nr. 1	Nr. 6	Nr. 8
$b$	$\frac{b}{1 - \frac{b}{a}}$	$\frac{b}{1 - \frac{2b}{a}}$

Da  $b/a = 0,0401$  ist, so sieht man, daß die drei Werte nur geringe Unterschiede zeigen.

Über die Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten Werten ist folgendes zu bemerken. Bei den Werten von  $y$  entspricht ein Teilstrich auf dem Schraubenumfang 0,165 mm; dieser Wert wird nur bei den Differenzen von Nr. 7 und Nr. 8 überschritten. Hier ist bei den großen Werten von  $y$  die Bildschärfe schon geringer und daher die größere Differenz verständlich.

Die Angaben über die Streifenbreite  $s$  zeigen für die Nr. 3, 5 und 8 größere prozentische Abweichungen; bei Nr. 3 und 5 ist die Streifenbreite klein und die Beobachtung erschwert, bei Nr. 8 ist die Einstellung wegen mangelnder Schärfe nicht so exakt auszuführen. Dazu kommt noch, daß die Helligkeit der Erscheinung zu wünschen übrig ließ. Es wurden deshalb die Versuche mit einer helleren Lichtquelle später wiederholt bzw. fortgesetzt.

#### § 7. Bestimmung der Phasendifferenzen für die Orte maximaler Intensität der einzelnen Streifensysteme.

Im § 6 sind die Orte der dunkeln Streifensysteme (bzw. minimaler Helligkeit) für die verschiedenen Einstellungen des Okulars berechnet. Es hat sich nach § 2 ergeben, daß die Phasendifferenzen je zweier Strahlen (die aus den einzelnen Gitteröffnungen zu dem betrachteten Punkt gehen) gleich einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge ist. Würden deshalb die Amplituden für jeden einzelnen Strahl am Ort

des dunklen Streifensystems einander gleich sein, so wäre die resultierende Gesamtamplitude gleich Null.

Zwischen den Orten minimaler Intensität liegen in der Mitte die Orte maximaler Intensität, also helle Streifen. Im folgenden sollen die sich ergebenden Phasendifferenzen aller Strahlen gegenüber einem mittleren Strahl für diese Orte berechnet werden.

Die Phasendifferenz eines Strahles  $P' C_r$  gegenüber dem Strahl  $P' C_0$ , die mit  $A_{r,0}$  bezeichnet werde, erhält man nach Gleichung (3a), indem man  $t=0$  setzt,

$$A_{r,0} = P' C_r - P' C_0 = \frac{a^3}{2\pi} \cdot r \left( r + \frac{2\delta}{a} \right) = s \cdot \lambda.$$

Ferner ergibt sich aus Gleichung (11), wenn man auch hier  $t=0$  setzt,

$$(11b) \quad s = \frac{r \left( r + \frac{2\delta}{a} \right) q}{2p}.$$

Damit  $P'$  einem Ort maximaler Helligkeit zugeordnet sei, muß  $s$  möglich nahe einer ganzen Zahl sein, während  $s$  für die Orte minimaler Helligkeit gleich einem ungeraden Vielfachen von  $\frac{1}{2}$  ist (vgl. § 2).

Um  $s$  nach der vorstehenden Gleichung für die Orte maximaler Helligkeit bestimmen zu können, sind die einzelnen Größen auf der rechten Seite der Gleichung (11b) für die einzelnen Versuche anzugeben.

Die Werte von  $p$  und  $q$  sind bereits in § 6 ermittelt. Die Werte von  $2\delta/a$  sind zunächst<sup>1)</sup> für die Orte der dunklen Streifen festzustellen, und, indem man berücksichtigt, daß die hellen Streifen in der Mitte zwischen zwei dunklen Streifen liegen, ergeben sich dann auch die Werte von  $2\delta/a$  für die hellen Streifen. Um Verwechslungen zu vermeiden, sollen die entsprechenden Werte von  $2\delta/a$  für die hellen Streifen mit  $2\delta'/a$  bezeichnet werden.

Nach den Gleichungen (11a) ist für einen dunklen Streifen

$$\frac{2\delta}{a} = \frac{2n+1}{q} - (p+2t),$$

wo  $n$ ,  $q$ ,  $p$  und  $t$  ganze Zahlen sind.

1) Es ist dies deshalb zweckmäßig, weil für die dunklen Streifen  $s$  immer gleich  $(2n+1)/2$  ist, wo  $n$  eine ganze Zahl bedeutet, während für die hellen Streifen die Werte von  $s$  sehr verschieden sein können.



Der Wert von  $2\delta/a$  kann höchstens gleich 2 sein. Im folgenden sollen für die verschiedenen Versuche die benachbarten Werte von  $2\delta/a$  bestimmt werden. In der Mitte zwischen zwei benachbarten Werten liegt dann ein Wert von  $2\vartheta/a$ , der einem hellen Streifen im Beugungsbilde entspricht.

*Versuch Nr. 1.* Hier sind alle Werte  $A_{1,0}$ ,  $A_{2,0}$  ... ein ganzes Vielfaches von  $\lambda$ . Die resultierende Amplitude ist also gleich der Summe der Einzelamplituden.

*Versuch Nr. 2.* Hier ist (vgl. § 6)  $q = 1$ ,  $p = 5$ . Daher

$$\frac{2\delta}{a} = 2n + 1 - (5 + 2t) = 2n + 1 - (2m + 1) = 2(n - m),$$

wo  $m$  eine ganze Zahl ist. Es ergibt sich:

$$\frac{2\delta}{a} = 0 \text{ oder } = 2,$$

$$\frac{2\vartheta}{a} = 1.$$

Nach Gleichung (11b) ist

$$s = \frac{r \left( r + \frac{2\vartheta}{a} \right) q}{2p},$$

wo  $2\delta/a$  der obigen Bemerkung entsprechend durch  $2\vartheta/a$  ersetzt ist, und daher für vorliegenden Fall

$$s = \frac{r(r+1)}{10}, \text{ also } A_{r,0} = \frac{r(r+1)}{10} \lambda.$$

Hiermit wird<sup>1)</sup>

$$A_{0,0} = 0 \lambda,$$

$$A_{1,0} = 0,2 \lambda,$$

$$A_{2,0} = 0,6 \lambda,$$

$$A_{3,0} = 1,2 \lambda = 0,2 \lambda,$$

$$A_{4,0} = 2,0 \lambda = 0 \lambda,$$

$$A_{5,0} = 3,0 \lambda = 0 \lambda,$$

$$A_{6,0} = 4,2 \lambda = 0,2 \lambda,$$

$$A_{7,0} = 5,6 \lambda = 0,6 \lambda.$$

1) Im folgenden sind die Phasendifferenzen auf die Werte reduziert, die kleiner sind als  $\lambda$ ; deshalb ist  $1,2\lambda = 0,2\lambda$  gesetzt, entsprechend später.

Aus der vorstehenden Berechnung ergibt sich, daß

$$\Delta_{(r+5),0} - \Delta_{r,0} = n\lambda,$$

wo  $n$  eine ganze Zahl ist.

*Versuch Nr. 3.* Nach § 6 ist  $q=1$ ,  $p=3$ .

$$\frac{2\delta}{a} = (2n+1) - (3+2t) = 2n+1 - (2m+1) = 2(n-m),$$

$$\frac{2\delta}{a} = 0 \quad \text{oder} \quad = 2,$$

$$\frac{2\vartheta}{a} = 1,$$

$$\Delta_{r,0} = \frac{r(r+1)}{6} \cdot \lambda.$$

Hiermit wird

$$\Delta_{0,0} = 0\lambda,$$

$$\Delta_{1,0} = \frac{1}{3}\lambda,$$

$$\Delta_{2,0} = 1\lambda = 0\lambda,$$

$$\Delta_{3,0} = 2\lambda = 0\lambda,$$

Man hat also:

$$\Delta_{4,0} = \frac{10}{3}\lambda = \frac{1}{3}\lambda, \quad \Delta_{(r+3),0} - \Delta_{r,0} = n\lambda.$$

$$\Delta_{5,0} = \frac{15}{3}\lambda = 0\lambda,$$

$$\Delta_{6,0} = \frac{21}{3}\lambda = 0\lambda.$$

*Versuch Nr. 4.* Nach § 6 ist  $q=1$ ,  $p=2$ .

$$\frac{2\delta}{a} = 2n+1 - (2+2t) = 2n+1 - 2m = 2(n-m)+1,$$

$$\frac{2\delta}{a} = 1 \quad \text{oder} \quad = -1,$$

$$\frac{2\vartheta}{a} = 0,$$

$$\Delta_{r,0} = \frac{r^2}{4} \cdot \lambda.$$

Hiermit wird

$$\Delta_{0,0} = 0\lambda,$$

$$\Delta_{1,0} = \frac{1}{4}\lambda,$$

$$\Delta_{2,0} = \frac{4}{4}\lambda = 0\lambda,$$

Man hat also:

$$\Delta_{3,0} = \frac{9}{4}\lambda = \frac{1}{4}\lambda,$$

$$\Delta_{(r+2),0} - \Delta_{r,0} = n\lambda.$$

$$\Delta_{4,0} = \frac{16}{4}\lambda = 0\lambda.$$

Versuch Nr. 5. Nach § 6 ist  $q = 2$ ,  $p = 3$ .

$$\frac{2\delta}{a} = \frac{2n+1}{2} - (3+2t) = \frac{2n+1-(6+4t)}{2} = \frac{2(n-m)+1}{2},$$

$$\frac{2\delta}{a} = +\frac{1}{2} \text{ oder } = +\frac{3}{2} \text{ oder } = -\frac{1}{2},$$

$$\frac{2\vartheta}{a} = 0 \text{ oder } = 1.$$

Für  $\frac{2\vartheta}{a} = 0$  wird

$$A_{r,0} = \frac{r^2}{3} \lambda,$$

$$A_{0,0} = 0 \lambda,$$

$$A_{1,0} = \frac{1}{3} \lambda,$$

$$A_{2,0} = \frac{4}{3} \lambda = \frac{1}{3} \lambda,$$

$$A_{3,0} = \frac{9}{3} \lambda = 0 \lambda,$$

$$A_{4,0} = \frac{16}{3} \lambda = \frac{1}{3} \lambda,$$

$$A_{5,0} = \frac{25}{3} \lambda = \frac{1}{3} \lambda.$$

Für  $\frac{2\vartheta}{a} = 1$  wird

$$A_{r,0} = \frac{r(r+1)}{3} \lambda,$$

$$A_{0,0} = 0 \lambda,$$

$$A_{1,0} = \frac{2}{3} \lambda,$$

$$A_{2,0} = \frac{6}{3} \lambda = 0 \lambda,$$

$$A_{3,0} = \frac{12}{3} \lambda = 0 \lambda,$$

$$A_{4,0} = \frac{20}{3} \lambda = \frac{2}{3} \lambda,$$

$$A_{5,0} = \frac{30}{3} \lambda = 0 \lambda.$$

Hier hat man in beiden Fällen

$$A_{(r+3),0} - A_{r,0} = n \cdot \lambda.$$

Versuch Nr. 6. Nach § 6 ist  $q = 1$ ,  $p = 1$ .

$$\frac{2\delta}{a} = 2n+1 - (1+2t) = 2(n-m),$$

$$\frac{2\delta}{a} = 0 \text{ oder } 2,$$

$$\frac{2\vartheta}{a} = 1,$$

$$A_{r,0} = \frac{r(r+1)}{2} \lambda.$$

Hiermit wird:

$$\Delta_{0,0} = 0 \lambda,$$

$$\Delta_{1,0} = \lambda = 0 \lambda,$$

$$\Delta_{2,0} = 3 \lambda = 0 \lambda,$$

$$\Delta_{3,0} = 6 \lambda = 0 \lambda.$$

Die sämtlichen Phasendifferenzen sind ein ganzes Vielfaches von  $\lambda$ . Die resultierende Amplitude ist daher gleich der Summe der Einzelamplituden.

*Versuch Nr. 7.* Nach § 6 ist  $q = 3$ ;  $p = 2$ .

$$\frac{2\delta}{a} = \frac{2n+1}{3} - (2+2t) = \frac{(2n+1) - (6+6t)}{3} = \frac{2(n-m)+1}{3}.$$

$$\frac{2\delta}{a} = \frac{1}{3} \quad \text{oder} \quad = \frac{3}{3} \quad \text{oder} \quad = \frac{5}{3} \quad \text{oder} \quad = -\frac{1}{3},$$

$$\frac{2\vartheta}{a} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{2}{3} \quad \text{oder} \quad \frac{4}{3}.$$

Für  $\frac{2\vartheta}{a} = 0$  wird

$$\Delta_{r,0} = \frac{3r^2}{4} \lambda,$$

$$\Delta_{0,0} = 0 \lambda,$$

$$\Delta_{1,0} = \frac{3}{4} \lambda,$$

$$\Delta_{2,0} = 3 \lambda = 0 \lambda,$$

$$\Delta_{3,0} = \frac{27}{4} \lambda = \frac{3}{4} \lambda,$$

$$\Delta_{4,0} = 12 \lambda = 0 \lambda,$$

⋮

Für  $\frac{2\vartheta}{a} = \frac{2}{3}$  wird

$$\Delta_{r,0} = \frac{r(3r+2)}{4},$$

$$\Delta_{0,0} = 0 \lambda,$$

$$\Delta_{1,0} = \frac{5}{4} \lambda = \frac{1}{4} \lambda,$$

$$\Delta_{2,0} = 4 \lambda = 0 \lambda,$$

$$\Delta_{3,0} = \frac{33}{4} \lambda = \frac{1}{4} \lambda,$$

$$\Delta_{4,0} = 14 \lambda = 0 \lambda,$$

⋮

Für  $\frac{2\vartheta}{a} = \frac{4}{3}$  wird

$$\Delta_{r,0} = \frac{r(3r+4)}{4},$$

$$\Delta_{0,0} = 0 \lambda,$$

$$\Delta_{1,0} = \frac{7}{4} \lambda = \frac{3}{4} \lambda,$$

$$\Delta_{2,0} = 5 \lambda = 0 \lambda,$$

$$\Delta_{3,0} = \frac{39}{4} \lambda = \frac{3}{4} \lambda,$$

$$\Delta_{4,0} = 16 \lambda = 0 \lambda,$$

⋮

Dies ergibt für alle Fälle

$$\Delta_{(r+2),0} - \Delta_{r,0} = n \cdot \lambda.$$

Versuch Nr. 8. Nach § 6 ist  $q=2$ ;  $p=1$ .

$$\frac{2\delta}{a} = \frac{2n+1}{2} - (1-2t) = \frac{2n+1-(2-4t)}{2} = \frac{2(n-m)+1}{2}.$$

$$\frac{2\delta}{a} = \frac{1}{2} \quad \text{oder} \quad = \frac{3}{2} \quad \text{oder} \quad = -\frac{1}{2},$$

$$\frac{2\delta}{a} = 0 \quad \text{oder} \quad = 1.$$

Für  $\frac{2\delta}{a} = 0$  wird      Für  $\frac{2\delta}{a} = 1$  wird

$$\Delta_{r,0} = r^2 \lambda, \quad \Delta_{r,0} = r(r+1)\lambda.$$

Es wird also  $\Delta_{r,0}$  für jeden Wert von  $r$  ein ganzes Vielfaches von  $\lambda$ ; die resultierende Amplitude ist deshalb gleich der Summe der Einzelamplituden.

§ 8. Bestimmung der Intensitäten der hellen Streifen in der Brennebene des Fernrohres.

Bezeichnet man mit  $\varphi$  den Beugungswinkel, den die gebeugten Strahlen mit der Normalen der Gitterebene bilden, so ist der Ort der hellen Streifen (Hauptmaxima) in der Brennebene durch

$$\sin \varphi_r = \frac{r \cdot \lambda}{a}$$

bestimmt, wo  $r$  eine ganze Zahl,  $a$  die Gitterkonstante,  $\lambda$  die Wellenlänge bezeichnet.

Die Intensität des  $r^{\text{ten}}$  Streifens ist sehr annähernd durch die Gleichung

$$(12) \quad J_r = n^2 \left( \frac{\sin u_r}{u_r} \right)^2$$

gegeben<sup>1)</sup>, wo  $n$  die Zahl der wirksamen Spaltöffnungen und  $u_r$  durch die Gleichung

$$u_r = \frac{\pi \alpha \cdot \sin \varphi_r}{\lambda} = \frac{\pi \alpha \cdot r}{a}$$

definiert ist. Hier bedeutet  $\alpha$  die Breite einer Spaltöffnung. Bei der Gleichung (12) ist vorausgesetzt, daß die Intensität des Lichtes für einen Spalt, in der Richtung senkrecht zur Gitterebene, gleich 1 ist.

1) Vgl. O. D. Chwolson, Lehrbuch Bd. II. p. 821 ff. 1904; oder F. Pockels, Handb. d. Physik von Winkelmann Bd. VI. p. 1078 f. 1906.

In dem vorliegenden Falle ist

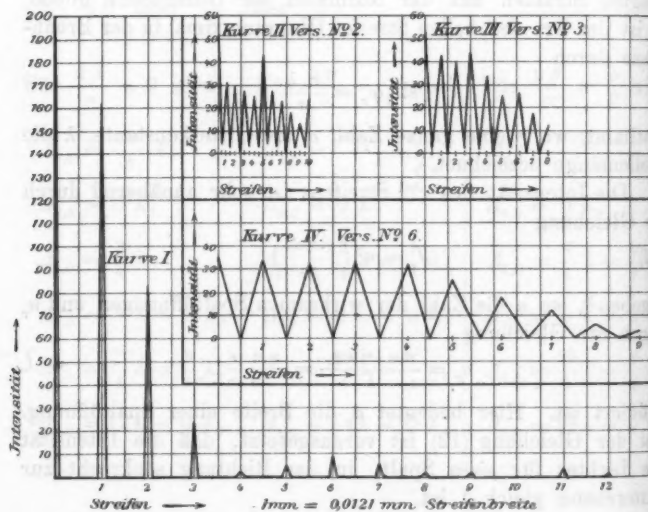
$$n = 14; \alpha = 0,5 \text{ mm}; a = 2,1 \text{ mm}; \lambda = 0,0005893 \text{ mm.}$$

Berechnet man nach der Gleichung (12) die Intensitäten der einzelnen Spaltbilder, anfangend von der Mitte aus, so erhält man:

Tabelle II.

Versuch Nr. 1 (Brennebene). Kurve I.<sup>1)</sup>

Wert von $r$	Intensität $J_r$	Wert von $r$	Intensität $J_r$
0 = Mitte	196,00	7	5,38
1	161,90	8	0,49
2	83,16	9	0,80
3	23,84	10	0,14
4	2,20	11	2,52
5	4,42	12	0,47
6	9,24		



Kurven I—IV.

1) Vgl. Bemerkung über die Kurven in § 10 unter (9).

§ 9. Berechnung der Intensität der Strahlen, die durch einen Spalt hindurchgehen und durch eine Linse vereinigt werden.

Es sei (Fig. 5)  $HK = \alpha$  die Spaltbreite; der Punkt  $G$  liege in der Mitte des Spaltes, so daß  $HG = GK$  ist.  $P'$  sei ein leuchtender Punkt, dessen konjugierter Punkt sei  $P$ . Die Linse und  $P$  sind in der Figur nicht gezeichnet. Die Wegdifferenz der Randstrahlen  $P'K$  und  $P'H$  ist, wenn  $DP' = z$ ;  $DH = x$  gesetzt wird

$$PK - P'H = \frac{\alpha \left( x + \frac{\alpha}{2} \right)}{z} = d_1,$$

wenn höhere Potenzen von

$$\left( \frac{x + \frac{\alpha}{2}}{z} \right)^2$$

vernachlässigt werden.

Die gleiche Wegdifferenz  $d_1$  haben die Randstrahlen  $PH$  und  $PK$ , die sich vermöge der Linse in dem Punkte  $P$  vereinigen (vgl. § 2). Es kommt darauf an, die Intensität sämtlicher Strahlen, die von  $P'$  aus durch den Spalt  $HK$  gehen und sich in dem Punkte  $P$  vereinigen, zu berechnen.

Wir berechnen statt dessen zunächst die Intensität der Strahlen, die sämtlich  $P'G$  parallel durch den Spalt  $HK$  gehen und die durch eine Linse in deren Brennpunkt vereinigt werden. Die Intensität  $J$  dieser Strahlen ist

$$(13) \quad J = J_0 \cdot \frac{\sin^2 u}{u^2},$$

wo  $J_0$  die Intensität der Strahlen ist, die durch den Spalt  $HK$  senkrecht zu  $HK$  austreten, und

$$(14) \quad u = \frac{\pi \cdot \alpha \cdot \sin \varphi}{\lambda}$$

ist.  $\varphi$  ist der Winkel, den die durch den Spalt austretenden Strahlen mit der Normalen der Spaltebene bilden. In der

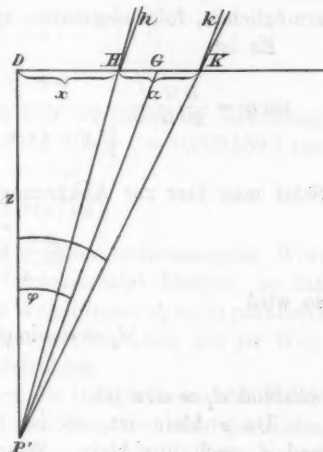


Fig. 5.

Fig. 5 ist dieser Winkel  $\varphi = D P' G$ . Die Intensität  $J$  hängt von der Gangdifferenz der parallelen Randstrahlen ab. Diese Differenz ist  $d_2$

$$d_2 = \alpha \cdot \sin \varphi.$$

Dieselbe läßt sich, um eine bequeme Vergleichung mit  $d_1$  zu ermöglichen, folgendermaßen ausdrücken.

Es ist

$$\sin \varphi = \frac{D G}{P' D} = \frac{x + \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{x^2 + \left(x + \frac{\alpha}{2}\right)^2}} = \frac{x + \frac{\alpha}{2}}{x \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{x + \frac{\alpha}{2}}{x} \right)^2 \right\}}.$$

Setzt man hier zur Abkürzung

$$\frac{x + \frac{\alpha}{2}}{x} = \nu,$$

so wird

$$d_2 = \alpha \cdot \sin \varphi = \frac{\alpha \cdot \nu}{1 + \frac{1}{2} \nu^2},$$

während  $d_1 = \alpha \cdot \nu$  ist.

Da  $\nu$  klein ist, so ist der Unterschied der Größen  $d_1$  und  $d_2$  auch nur klein. Wenn höhere Potenzen von  $\nu^2$  vernachlässigt werden, so ergibt sich

$$(15) \quad d_1 - d_2 = \frac{\alpha}{2} \nu^3.$$

Berechnet man diese Größe für den Fall, wo entsprechend den Versuchsbedingungen ( $d_1 - d_2$ ) möglichst groß wird, so erhält man folgendes:

Es ist

$$\nu = \frac{x + \frac{\alpha}{2}}{x} \quad \text{und da} \quad z = \frac{a^2}{\lambda} \cdot \frac{p}{q}$$

$$\nu = \frac{\left(x + \frac{\alpha}{2}\right) \lambda \cdot q}{a^2 \cdot p}.$$

Hier sind  $p$  und  $q$  ganze Zahlen; in den Versuchen liegt  $p$  zwischen 1 und 5, ferner  $q$  zwischen 1 und 3. Die Größe  $\nu$  erhält somit den größten Wert, wenn  $q = 3$  und  $p = 1$  gesetzt wird.



Ferner überschreitet  $x$  bei den Versuchen nicht den Wert von  $14 a$ . Unter dieser Annahme wird

$$v = \frac{\left(14 a + \frac{\alpha}{2}\right) \lambda \cdot 3}{a^2}$$

und damit wird

$$(15) \quad d_1 - d_2 = \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{v^2 \cdot \left(14 a + \frac{\alpha}{2}\right) 3 \lambda}{a^2}.$$

Berechnet man den Faktor von  $\lambda$  in vorstehender Gleichung, indem man  $a = 2,1$  mm;  $\alpha = 0,5$  mm;  $\lambda = 0,0005893$  mm setzt, so erhält man  $0,000712$ , so daß

$$d_1 - d_2 = 0,000712 \lambda$$

wird. Diese Differenz, die den größten vorkommenden Wert für  $(d_1 - d_2)$  darstellt, kann unberücksichtigt bleiben, so daß für die vorliegenden Versuche die Wegdifferenz  $d_2$  nicht paralleler Randstrahlen als gleich betrachtet werden kann mit der Wegdifferenz  $d_1$  der parallelen Randstrahlen.

Da nach dem eben Gesagten die Gangdifferenz der Randstrahlen in beiden Fällen — bei parallelen und nicht parallelen Strahlen — nahe gleich ist, so werden auch die Intensitäten dieser Strahlen in den durch eine Linse vermittelten Schnittpunkten sehr annähernd einander gleich sein. Setzt man dies voraus, so läßt sich nach Gleichung (13) die Intensität berechnen. Da in dem vorliegenden Fall der Winkel  $\varphi$  für die verschiedenen Spaltöffnungen verschieden ist, so wird auch für jede Spaltöffnung die Intensität  $J$  eine andere. Ferner ist auch die Phase der resultierenden Amplitude für jede Spaltöffnung im allgemeinen eine andere.

§ 10. Bestimmung der Intensitäten der hellen Streifen für Nr. 2 der Versuche von Tab. I (§ 1).

Es sollen im folgenden für den Versuch Nr. 2 die einzelnen Größen, die für die Intensitätsbestimmung der hellen Streifen maßgebend sind, angegeben werden.

Für den Versuch Nr. 2 ist nach § 7

$$q = 1; \quad p = 5; \quad \frac{2 \vartheta}{a} = 1.$$

Da die Gitterkonstante  $a$  für das benutzte Gitter 2,1 mm ist und da andererseits der Objektiwdurchmesser des Fernrohres etwa 30 mm war, so konnte man ein Gitter mit

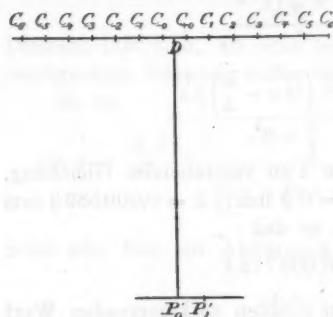


Fig. 6.

14 Öffnungen verwenden. In der Fig. 6 sollen  $C_0; C_1; \dots$  ebenso  $C_{-10}; C_{-1}; \dots$  die Spaltöffnungen, deren Abstand  $a$  ist, darstellen. Da  $\vartheta = \frac{1}{2}a$ , so liegt der Punkt  $P'_0$  auf einer Linie  $P'_0 D$ , die senkrecht zur Gitterebene steht und den Abstand  $C_{-10} C_0 = a$  halbiert. Die Größe  $P'_0 D = z$  ist

$$z = \frac{a^2}{\lambda} \cdot \frac{p}{q} = \frac{a^2 \cdot 5}{\lambda}.$$

Die Amplitude der Strahlen, die durch die Öffnung  $C_r$  gehen und in dem konjugierten Punkt  $P$  vereinigt werden, ist

$$A_r = \frac{\sin u_r}{u_r}.$$

Dabei ist

$$u_r = \frac{\pi \alpha \cdot \sin \varphi_r}{\lambda}$$

und

$$\sin \varphi_r = \frac{(a r + \frac{1}{2} a)}{z} = \frac{(r + \frac{1}{2}) \lambda}{5 a}.$$

Daher

$$u_r = \frac{\pi \cdot \alpha \cdot (r + \frac{1}{2})}{5 a}.$$

Nach dieser Gleichung sollen die Werte  $u_r$  für die verschiedenen  $r$  berechnet werden; es ist dabei zu setzen

$$\alpha = 0,5 \text{ mm},$$

$$a = 2,1 \text{ mm}.$$

Die folgende Tabelle gibt an:

in der ersten Vertikalreihe	die Werte von $u_r$ in Bogenmaß,
„ „ zweiten	„ „ „ $u_r$ in Winkelmaß,
„ „ dritten	„ „ „ $\frac{\sin u_r}{u_r} = \text{Amplitude}^1) A_r$ ,
„ „ vierten	„ „ Phasendifferenz $\psi$ in Wellenlängen (nach § 7),
„ „ fünften	„ „ „ $\psi$ „ Winkelmaß.

1) Es ist hierbei vorausgesetzt, daß die Amplitude für  $u = 0$  gleich 1 sei.

Die Werte der Phasendifferenz  $\psi_r$  in Wellenlängen sind dem § 7 entnommen; aus diesen ergeben sich die Werte der letzten Vertikalreihe unmittelbar.

Tabelle III.

	Werte von $u_r$		Amplitude $A_r$ $= \frac{\sin u_r}{u_r}$	Phasendifferenz $\psi_r$	
	in Bogenmaß	in Winkelmaß		in Wellen- längen	in Winkel- maß
$u_0$	0,0748	4° 17'	0,9985	0,0	0°
$u_1$	0,2244	12 51	0,9911	0,2 $\lambda$	72
$u_2$	0,3740	21 25	0,9763	0,6 $\lambda$	216
$u_3$	0,5236	29 59	0,9544	0,2 $\lambda$	72
$u_4$	0,6732	38 33	0,9257	0,0	0
$u_5$	0,8228	47 7	0,8906	0,0	0
$u_6$	0,9724	55 41	0,8494	0,2 $\lambda$	72
$u_7$	1,1220	64 15	0,8028	0,6 $\lambda$	216
$u_8$	1,2716	72 49	0,7513	0,2 $\lambda$	72
$u_9$	1,4212	81 23	0,6957	0,0	0
$u_{10}$	1,5708	89 57	0,6366	0,0	0
$u_{11}$	1,7204	98 31	0,5748	0,2 $\lambda$	72
$u_{12}$	1,8700	107 5	0,5112	0,6 $\lambda$	216
$u_{13}$	2,0196	115 39	0,4463	0,2 $\lambda$	72
$u_{14}$	2,3188	124 13	0,3812	0,0	0
$u_{15}$	2,4684	132 47	0,3165	0,0	0

Um aus den verschiedenen Amplituden  $A_r$ , die für die einzelnen Spaltöffnungen gelten, die resultierende Gesamtamplitude zu berechnen, wurde jede Einzelamplitude, entsprechend der Phasendifferenz  $\psi$  in zwei Komponenten  $A_r \sin \psi_r$  und  $A_r \cos \psi_r$  zerlegt und dann für sämtliche in Betracht kommenden Öffnungen die Komponentensumme gebildet. Sind diese Summen

$$\sum A_r \sin \psi_r \quad \text{und} \quad \sum A_r \cos \psi_r,$$

so ist die resultierende Intensität  $J$

$$(16) \quad J = (\sum A_r \sin \psi_r)^2 + (\sum A_r \cos \psi_r)^2.$$

In der folgenden Tabelle sind die einzelnen Größen, die in Formel (16) vorkommen, angegeben; die Anordnung ist unmittelbar verständlich.

Tabelle IV.

Index der Öffnung $r$	Amplitude $A_r$	Phasen- differenz $\psi_r$	$A_r \sin \psi_r$	$A_r \cos \psi_r$
0	0,9985	0°	0	0,9985
1	0,9911	72	0,9426	0,3063
2	0,9763	216	-0,5739	-0,7899
3	0,9544	72	0,9077	0,2949
4	0,9257	0	0	0,9257
5	0,8906	0	0	0,8906
6	0,8494	72	0,8078	0,2625
7	0,8028	216	-0,4719	-0,6494
8	0,7513	72	0,7145	0,2322
9	0,6957	0	0	0,6957
10	0,6366	0	0	0,6366
11	0,5748	72	0,5467	0,1776
12	0,5112	216	-0,3004	-0,4135
13	0,4463	72	0,4245	0,1379
14	0,3812	0	0	0,3812
15	0,3165	0	0	0,3165

In der vorstehenden Tabelle ist zu bemerken, daß die Amplituden  $A_{-0}$ ;  $A_{-1}$ ;  $A_{-2}$  . . . den Amplituden  $A_{+0}$ ;  $A_{+1}$ ;  $A_{+2}$  . . . gleich sind.

1. *Intensität der hellen Mitte.* Um diese Intensität zu erhalten, sind die Summen

$$\sum_{r=-6}^{r=+6} A_r \sin \psi_r = 4,1686; \quad \sum_{r=-6}^{r=+6} A_r \cos \psi_r = 5,7792$$

zu bilden, wobei zu bemerken ist, daß  $A_0$  in jeder Summe zweimal vorkommt. Nach Gleichung (16) erhält man die resultierende Intensität

$$J = 50,69.$$

Diese Intensität gehört der hellen Mitte an, um welche sich nach rechts und links die weiteren hellen Streifen gruppieren.

2. *Intensität des ersten hellen Streifens neben der hellen Mitte.* Für diesen Streifen liegt der supponierte leuchtende Punkt  $P'_1$  (vgl. Fig. 6), da  $\delta_2 - \delta_1 = a$  ist, um  $a$  von  $P'_0$  nach rechts oder links entfernt. Angenommen, man betrachtete den Punkt  $P'_1$  rechts von  $P'_0$ , so sind die Einzelamplituden  $A_0$ ;  $A_1$  . . . bis  $A_6$

und ferner  $A_0; A_{-1} \dots$  bis  $A_{-7}$  maßgebend. Die Intensität berechnet sich deshalb aus

$$\sum_{r=-7}^{r=+5} A_r \sin \psi_r = 2,8889; \quad \sum_{r=-7}^{r=+5} A_r \cos \psi_r = 4,8653$$

und hieraus nach Gleichung (16)

$$J = 32,02.$$

3. Zusammenfassung für die Intensität der hellen Streifen. Führt man die unter 2. angegebene Rechnung für die weiteren hellen Streifen fort, so erhält man folgendes Resultat.

Tabelle V.

Versuch Nr. 2. Kurve II (p. 926).

Lage der hellen Streifen		Intensität der hellen Streifen	Intensität der dunklen Streifen
Mitte		50,69	
1 <sup>ter</sup>	neben der Mitte	32,02	4,28
2 <sup>ter</sup>	" "	30,68	2,24
3 <sup>ter</sup>	" "	28,80	0,01
4 <sup>ter</sup>	" "	25,91	2,52
5 <sup>ter</sup>	" "	42,50	3,55
6 <sup>ter</sup>	" "	27,47	3,86
7 <sup>ter</sup>	" "	22,71	1,41
8 <sup>ter</sup>	" "	18,52	0,04
9 <sup>ter</sup>	" "	13,82	2,06
10 <sup>ter</sup>	" "	23,97	2,17
			2,57

Die vorstehenden Werte sind in der Kurve II dargestellt. Für die Zeichnungen der Kurven sind nur die Maxima der hellen Streifen und die Minima der dunklen Streifen berechnet; der Verlauf der Intensitätsverhältnisse in den Streifen selbst ist nicht berechnet und kann aus den Kurven nicht erschlossen werden.

4. Berechnung der Intensität der dunklen Streifen. Bei den dunklen Streifen ist zu beachten, daß für dieselben der

Punkt  $P_0'$  so liegt, daß  $DC_0$  (vgl. Fig. 6a) gleich Null ist; der Punkt  $P_1'$  liegt um  $a$  von  $P_0'$  entfernt. Die entsprechende Zeichnung ist in Fig. 6a dargestellt. Um die Intensität der dunklen Streifen zu ermitteln, wurden zunächst nach der Gleichung

$$u_r = \frac{\pi a \cdot r}{5 a}$$

die einzelnen Werte von  $z$  berechnet; dann wurden die Amplituden

$$A_r = \frac{\sin u_r}{u_r},$$

die Phasendifferenz  $\psi_r$  und endlich die beiden Komponenten  $A_r \sin \psi_r$  und  $A_r \cos \psi_r$  festgestellt. Man erhält so folgende Zusammenstellung.

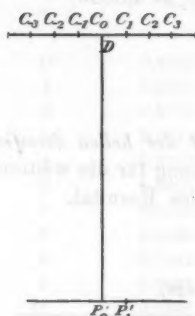


Fig. 6a.

Tabelle VI.

Index der Öffnung $r$	Werte von $u_r$		Amplitude $A_r = \frac{\sin u_r}{u_r}$	Phasen- differenz $\psi_r$ in Winkel- maß	$A_r \sin \psi_r$	$A_r \cos \psi_r$
	in Bogen- maß	in Winkel- maß				
0	0	0	1	0	0	1
1	0,1496	8°34'	0,9957	36°	0,5853	0,8056
2	0,2992	17 8	0,9845	144	0,5787	-0,7966
3	0,4488	25 42	0,9663	324	-0,5680	0,7817
4	0,5974	34 16	0,9409	216	-0,5531	-0,7612
5	0,7480	42 50	0,9089	180	0	-0,9089
6	0,8976	51 24	0,8707	216	-0,5118	-0,7044
7	1,0472	59 58	0,8269	324	-0,4860	0,6689
8	1,1968	68 32	0,7776	144	0,4571	-0,6291
9	1,3464	77 6	0,7240	36	0,4255	0,5857
10	1,4960	85 40	0,6665	0	0	0,6665
11	1,6456	94 14	0,6060	36	0,3562	0,4903
12	1,7952	102 48	0,5432	144	0,3192	-0,4395
13	1,9448	111 22	0,4789	324	-0,2815	0,3874
14	2,0944	119 56	0,4138	216	-0,2438	-0,3946
15	2,2440	128 30	0,3488	180	0	-0,3488
16	2,3936	137 4	0,2846	216	-0,1673	-0,2302
17	2,5432	145 38	0,2220	324	-0,1303	0,1792

Um die Intensität des ersten dunklen Streifens, der neben der hellen Mitte liegt, zu erhalten, sind die Summen

$$\sum_{-6}^{+7} A_r \cdot \sin \psi_r = -1,4238, \quad \sum_{-6}^{+7} A_r \cdot \cos \psi_r = -1,4997$$

zu bilden. Es wirken im vorliegenden Falle auch 14 Spaltöffnungen wie bei den hellen Streifen; der Wert  $C_0$  kommt aber bei den dunklen Streifen nur einmal vor (vgl. Fig. 6a). Aus den vorstehenden Summen ergibt sich die Intensität, nach Gleichung (16) berechnet,

$$J = 4,28.$$

Für die Intensität des zweiten dunklen Streifens hat man zu bilden

$$\sum_{-6}^{+8} A_r \cdot \sin \psi_r = -0,4549, \quad \sum_{-6}^{+8} A_r \cdot \cos \psi_r = -1,4244.$$

Es wird die Intensität = 2,24.

Berechnet man in gleicher Weise für die weiteren dunklen Streifen die Intensität, so erhält man die Werte, die in Tab. V angegeben sind.

Wie aus dieser Tabelle hervorgeht, liegt das Maximum der Intensität der hellen Streifen 50,69 in der Mitte, von hier nimmt die Intensität der hellen Streifen ab bis 25,91 bei dem 4<sup>ten</sup> Streifen; der 5<sup>te</sup> Streifen zeigt ein neues relatives Maximum mit 42,50, ebenso der 10<sup>te</sup> Streifen mit 23,97. Der 5<sup>te</sup> Streifen hat nach § 6, Tab. I'a von der hellen Mitte den Abstand

$$\frac{5 \cdot a \cdot b}{5a - b} = \frac{b}{1 - \frac{b}{5a}} = \frac{b}{1 - 0,0080}.$$

Dieser Wert ist nahe gleich  $b$ ; d. h. gleich dem Abstand des ersten hellen Nebenstreifens von der hellen Mitte in der Brennebene des Fernrohres. Ebenso hat der 10<sup>te</sup> helle Streifen sehr nahe den Abstand  $2b$  von der hellen Mitte.

#### § 11. Bestimmung der Intensitäten für Nr. 3 und Nr. 6 der Versuche.

Je weiter sich die Einstellungsebene des Okulars von der Brennebene entfernt, um so weniger deutlich werden die

Maximalwerte der hellen Streifen ausgeprägt. Beim dritten Versuch, wo

$$y = \frac{A b}{3 a - b},$$

erhält man folgende Werte für die Intensität der hellen und dunklen Streifen.

Tabelle VII.

Versuch Nr. 3. Kurve III (p. 926).

Lage der hellen Streifen	Intensität der hellen Streifen	Intensität der dunklen Streifen
Mitte	51,85	
1 <sup>ter</sup> neben der Mitte	44,19	0,72
2 <sup>ter</sup> " " "	40,78	0,02
3 <sup>ter</sup> " " "	44,25	1,21
4 <sup>ter</sup> " " "	34,44	0,36
5 <sup>ter</sup> " " "	26,65	0,16
6 <sup>ter</sup> " " "	26,79	1,54
7 <sup>ter</sup> " " "	18,36	0,20
8 <sup>ter</sup> " " "	12,72	0,87

Die Werte von  $J$  sind in der Kurve III dargestellt.

Da die Streifenbreite im vorliegenden Fall

$$\varepsilon = \frac{a b}{3 a - b}$$

ist und da

$$3 \varepsilon = \frac{b}{1 - \frac{b}{3 a}},$$

so entspricht, da  $b/3a$  nur klein ist, dem 3<sup>ten</sup> Streifen in obiger Tabelle annähernd der Abstand  $b$ , dem 6<sup>ten</sup> Streifen der Abstand  $2b$ . Es zeigen allerdings der 3<sup>te</sup> und der 6<sup>te</sup> Streifen relative Maximalwerte; aber sie treten weniger hervor als in Tab. V. Die Quotienten der entsprechenden Intensitäten sind für Tab. V viel größer als für Tab. VII, wie folgende Zusammenstellung zeigt.

In Tab. V:

$$\frac{J_5}{J_4} = 1,64 \quad \frac{J_{10}}{J_9} = 1,73$$

$$\frac{J_5}{J_6} = 1,55$$

In Tab. VII dagegen:

$$\frac{J_3}{J_4} = 1,08 \quad \frac{J_6}{J_5} = 1,005$$

$$\frac{J_3}{J_4} = 1,28 \quad \frac{J_6}{J_7} = 1,46$$



Ein besonderes Interesse bietet der Fall, wo die Streifenbreite nahe mit jener übereinstimmt, die in der Brennebene vorhanden ist. Dies trifft beim Versuch Nr. 6 zu, wo

$$y = \frac{A b}{a - b}$$

und die Streifenbreite  $\varepsilon$

$$\varepsilon = \frac{a b}{a - b} = \frac{b}{a - \frac{b}{a}} = \frac{b}{1 - 0,0401},$$

während in der Brennebene, wo  $y = 0$  ist, die Streifenbreite gleich  $b$  ist.

Die Phasendifferenz für den Versuch Nr. 6 ist überall Null. In der folgenden Tabelle ist die Intensität für die hellen und dunklen Streifen angegeben.

Tabelle VIII.

Versuch Nr. 6. Kurve IV (p. 926).

Lage der hellen Streifen	Intensität der hellen Streifen	Intensität der dunklen Streifen
Mitte	34,80	0,001
1 <sup>ter</sup> neben der Mitte	33,73	0,039
2 <sup>ter</sup> " " "	31,57	0,012
3 <sup>ter</sup> " " "	31,99	0,037
4 <sup>ter</sup> " " "	31,27	0,002
5 <sup>ter</sup> " " "	26,69	0,291
6 <sup>ter</sup> " " "	19,13	0,116
7 <sup>ter</sup> " " "	11,95	0,419
8 <sup>ter</sup> " " "	6,61	0,031
9 <sup>ter</sup> " " "	3,40	0,184

Vergleicht man die vorstehende Intensitätsverteilung mit jener in der Brennebene (Tab. II), wo die Streifenbreite mit der jener in Tab. VIII nahe übereinstimmt, so fallen folgende Unterschiede besonders auf:

1. Während in der Brennebene die Intensität von der hellen Mitte aus nach der Seite sehr bedeutend abnimmt und zwar bis zum 4<sup>ten</sup> Streifen einschließlich (die helle Mitte hat

die Intensität 196,0, der 4<sup>te</sup> Streifen nur 2,2), ist hier (nach Tab. VIII) die Intensitätsabnahme nach der Seite viel geringer (von der Mitte bis zum 4<sup>ten</sup> Streifen nur von 34,80 bis 31,27).

2. In der Brennebene wächst die Intensität vom 4<sup>ten</sup> bis zum 6<sup>ten</sup> Streifen, um dann zunächst wieder abzunehmen; nach der Tab. VIII nimmt die Intensität vom 4<sup>ten</sup> Streifen an kontinuierlich ab.

3. Die Maximalintensität ist in der Brennebene fast 6 mal so groß als in der Tab. VIII.

In der Brennebene ist die Intensität der dunklen Streifen überall Null. In der Tab. VIII ist die Intensität der dunklen Streifen nicht gleich, aber auch nur wenig von Null verschieden. Nur zwei Streifen zeigen eine etwas größere Intensität, nämlich zwischen dem 5<sup>ten</sup> und 6<sup>ten</sup> hellen Streifen (Intensität = 0,291) und zwischen dem 7<sup>ten</sup> und 8<sup>ten</sup> hellen Streifen (Intensität = 0,419).

Die Beobachtungen entsprechen den in Tab. VIII mitgeteilten Intensitätsgrößen insofern vollständig, als man keine wesentlichen Intensitätsunterschiede der hellen Streifen bemerkt, wenn man sich nicht zu weit von der Mitte entfernt. Im Vergleich mit der Intensitätsverteilung in der Brennebene, die sehr starke Differenzen an einzelnen hellen Streifen deutlich erkennen läßt, fällt dies besonders auf.

#### § 12. Beobachtungen mit grünem Quecksilberlicht.

Wie am Schluß des § 6 bei Besprechung der Beobachtungsergebnisse in Tab. Ia' angegeben wurde, ließ die Helligkeit der Erscheinung, die mit Natronlicht hergestellt wurde, zu wünschen übrig. Es wurden deshalb die Versuche mit grünem Quecksilberlicht, das der Wellenlänge  $\lambda = 0,0005461$  mm entspricht, fortgesetzt. Zur Erzeugung des Lichtes wurde eine Schottsche Quecksilberröhre angewandt. Um die gelbe Doppelinie und die blauen Linien des Quecksilberlichtes zu absorbieren, wurde ein Filter, bestehend aus Didymglas und einer Lösung von doppeltchromsaurem Kali, wie ein solches bei der Firma C. Zeiss in Gebrauch ist, verwendet; später wurde ein Didymglas und ein grünes Glas benutzt. Die Anordnung der Versuche war im übrigen die gleiche, wie bei der Benutzung des Natriumlichtes.

Tabelle IX.

Grünes Queckailberlicht.

$\lambda = 0,0005461$  mm,  $A = 300$  mm,  $a = 2,1$  mm,  $b = 0,0780$  mm.

Nr. des Versuches	Abstand der Einstellungsebene von der Brennebene $y$ in mm				Streifenbreite $s$ in mm			
	beob.	ber.	Differenz beob.-ber.		beob.	ber.	Differenz beob.-ber.	
			in mm	in Proz.			in mm	in Proz.
1	0	—	—	—	0,0787	0,0780	+0,0007	+0,9
2	2,31	2,24	+0,07	+3,0	0,0155	0,0157	-0,0002	-1,2
3	2,80	2,81	-0,01	-0,5	0,0192	0,0197	-0,0005	-2,5
4	3,96	3,76	+0,20	+0,5	0,0260	0,0263	-0,0003	-1,1
5	5,94	5,68	+0,26	+0,5	0,0405	0,0397	+0,0008	+2,0
6	7,75	7,62	+0,13	+0,2	0,0265	0,0267	-0,0002	-0,8
7	11,87	11,57	+0,30	+2,6	0,0805	0,0810	-0,0005	-0,6
8	17,82	17,70	+0,08	+0,5	0,0405	0,0413	-0,0008	-2,0
9	23,90	24,07	-0,17	-0,7	0,0831	0,0843	-0,0012	-2,5
10	37,46	37,62	-0,16	-0,4	0,0855	0,0878	-0,0023	-2,9

Die in vorstehender Tabelle als „berechnet“ angegebenen Werte sind nach folgenden Formeln berechnet.

Tabelle IXa.

Nr. des Versuches	Abstand des beobachteten Streifensystems von der Brennebene $y$	Streifenbreite $s$	Nr. des Versuches	Abstand des beobachteten Streifensystems von der Brennebene $y$	Streifenbreite $s$
1	0	$b = \frac{\lambda \cdot A}{a}$	6	$\frac{2 A b}{3 a - 2 b}$	$\frac{a b}{3 a - 2 b}$
2	$\frac{A b}{5 a - b}$	$\frac{a b}{5 a - b}$	7	$\frac{A b}{a - b}$	$\frac{a b}{a - b}$
3	$\frac{A b}{4 a - b}$	$\frac{a b}{4 a - b}$	8	$\frac{3 A b}{2 a - 3 b}$	$\frac{a b}{2 a - 3 b}$
4	$\frac{A b}{3 a - a}$	$\frac{a b}{3 a - b}$	9	$\frac{2 A b}{a - 2 b}$	$\frac{a b}{a - 2 b}$
5	$\frac{A b}{2 a - b}$	$\frac{a b}{2 a - b}$	10	$\frac{3 A b}{a - 3 b}$	$\frac{a b}{a - 3 b}$

Da die Streifen schärfer waren als bei den Versuchen mit Natriumlicht (Tab. I', § 6), sind die Beobachtungsfehler in Tab. IX kleiner als in Tab. I'; ferner wurden zwei Streifensysteme mehr beobachtet, nämlich Nr. 3 und Nr. 10, die in Tab. I' fehlen.

§ 13. Erscheinungen, welche auftreten, wenn das Okular dem Objektiv genähert wird.

Bisher wurde vorausgesetzt, daß das Okular, welches auf die Brennebene eingestellt war, vom Objektiv weiter entfernt wurde. Ganz ähnliche Erscheinungen treten auf, wenn das Okular in entgegengesetzter Richtung bewegt, also dem Objektiv genähert wird. Das Streifensystem liegt dann zwischen  $F$  und  $C$  (vgl. Fig. 3); der Wert von  $y$  wird negativ. Es ist nach Gleichung (9)

$$(9) \quad y = \frac{q \cdot A b}{p a - q b} = \frac{A}{\frac{p a}{q \cdot b} - 1}.$$

Es wird daher  $y$  negativ, wenn

$$\frac{p a}{q \cdot b} < 1.$$

Da bei dem benutzten Gitter (wo  $a = 2,1$  mm ist) für die vorliegenden Versuche der absolute Wert von  $p a / q b$  immer größer als 1 ist, so müssen, damit  $y$  negativ werde, die Größen  $p$  und  $q$  entgegengesetzte Vorzeichen haben. Es möge  $p$  als positiv und  $q$  als negativ vorausgesetzt werden, dann gibt die Gleichung (9) die negativen Werte von  $y$  wieder. Die Streifenbreite  $\varepsilon$  ist nach Gleichung (10a)

$$(10a) \quad \varepsilon = \frac{a b}{p b - q b},$$

wo ebenfalls  $p$  positiv und  $q$  negative ganze Zahlen darstellt.

Bei dem benutzten Fernrohr konnte man das Okular nur eine kleine Strecke in das Fernrohr hineinschieben, so daß die in Aussicht genommene Beobachtung nicht unmittelbar ausgeführt werden konnte. Es wurde deshalb der Okularauszug des Fernrohres entfernt und statt dessen ein Horizontal-

mikroskop verwendet, das dünn genug war, um das Objektivende des Mikroskops in das Fernrohr hineinschieben zu können. Das Horizontalmikroskop hatte an dem Umfang der Einstellschraube eine Teilung von 100 Teilen, so daß die Horizontalverschiebung des Mikroskopobjektivs gemessen werden konnte. Als Okular des Mikroskops wurde das schon früher benutzte Fadenmikrometer mit einer schwächeren Lupe verwendet. Es wurde nun zuerst das Mikroskop auf das Spaltbild eingestellt, wenn kein Gitter vor dem Fernrohr stand; hierdurch war die Einstellung auf die Brennebene des Fernrohres erreicht. Dann wurden nach Vorsetzen des Gitters die Versuche in gleicher Weise, wie früher ausgeführt, nur mit dem Unterschiede, daß jetzt die Streifensysteme verfolgt wurden, die zwischen der Brennebene des Objektivs und dem Objektiv lagen. Im folgenden ist eine Beobachtungsreihe mitgeteilt.

Tabelle X.

Grünes Queckailberlicht.

 $\lambda = 0,0005461 \text{ mm}$ ,  $A = 300 \text{ mm}$ ,  $b = 2,1 \text{ mm}$ ,  $b = 0,0780 \text{ mm}$ . $y$  ist negativ.

Nr. des Versuches	Abstand der Einstellungsebene von der Brennebene ( $-y$ ) in mm				Streifenbreite $s$ in mm			
	beob.	ber.	Differenz beob.-ber.		beob.	ber.	Differenz beob.-ber.	
			in mm	in Proz.			in mm	in Proz.
1	0	—	—	—	0,0783	0,0780	+0,0003	+0,4
2	2,78	2,78	+0,02	+0,7	0,0197	0,0192	+0,0005	+2,6
3	3,70	3,67	+0,03	+0,8	0,0260	0,0257	+0,0003	+1,2
4	5,52	5,47	+0,05	+0,9	0,0384	0,0383	+0,0001	+0,3
5	7,29	7,34	-0,05	-0,7	0,0264	0,0257	+0,0007	+2,6
6	10,82	10,75	+0,07	+0,6	0,0757	0,0752	+0,0005	+0,7
7	15,85	15,83	+0,02	+0,1	0,0377	0,0369	+0,0008	+2,2
8	20,43	20,74	-0,31	-0,1	0,0731	0,0726	+0,0005	+0,7
9	29,66	30,07	-0,41	-0,1	0,0701	0,0702	-0,0001	-0,1

Die in vorstehender Tabelle als berechnet angegebenen Werte sind nach folgenden Formeln berechnet.

Tabelle Xa.

Nr. des Versuches	Abstand des beobachteten Streifensystems von der Brennebene (-y)	Streifenbreite s
1	0	$b = \frac{\lambda \cdot A}{a}$
2	$\frac{Ab}{4a+b}$	$\frac{ab}{4a+b}$
3	$\frac{Ab}{3a+b}$	$\frac{ab}{3a+b}$
4	$\frac{Ab}{2a+b}$	$\frac{ab}{2a+b}$
5	$\frac{2Ab}{3a+b}$	$\frac{ab}{3a+b}$
6	$\frac{Ab}{a+b}$	$\frac{ab}{a+b}$
7	$\frac{3Ab}{2a+3b}$	$\frac{ab}{2a+3b}$
8	$\frac{2Ab}{a+2b}$	$\frac{ab}{a+2b}$
9	$\frac{3Ab}{a+3b}$	$\frac{ab}{a+3b}$

Die Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten Werten in Tab. X sind nur gering und werden durch kleine Beobachtungsfehler erklärt.

#### § 14. Einfluß der Verschiebung des Gitters senkrecht zur Fernrohrachse.

Bei sämtlichen bisher angegebenen Versuchen stand das Gitter unmittelbar vor dem Fernrohrobjektiv. Wird das Gitter seitlich in horizontaler Richtung, die senkrecht zur Fernrohrachse steht, verschoben, so ist der Einfluß auf das Beugungsbild verschieden, je nach der Einstellung des Fernrohres.

1. Wenn das in der Brennebene des Objektivs vorhandene Bild betrachtet wird (wenn also nach der früheren Bezeichnung  $y = 0$  ist), so hat eine seitliche Verschiebung des Gitters keinen Einfluß auf die Lage des Bildes.

2. Wenn ein Bild betrachtet wird, das weiter vom Objektiv entfernt ist als die Brennebene (wenn also  $y$  positiv ist),

so bedingt eine seitliche Verschiebung des Gitters auch eine seitliche Verschiebung des Bildes und zwar erfolgt die Verschiebung des Bildes nach der *entgegengesetzten* Richtung, wie die Verschiebung des Gitters.

3. Wenn das beobachtete Bild dem Objektiv näher liegt als die Brennebene (wenn also  $y$  negativ ist), so erfolgt die Verschiebung des Bildes nach der *gleichen* Richtung wie die Verschiebung des Gitters.

4. Die Streifenbreite wird durch die seitliche Verschiebung des Bildes nicht geändert.

Die Erklärung des Vorstehenden ergibt sich unmittelbar aus der entsprechenden geometrischen Betrachtung, vgl. auch § 17.

§ 15. Erscheinungen bei kleinerer Gitterkonstante; die Streifensysteme liegen in der Nähe des Objektiva.

Wenn die Gitterkonstante  $a$  verkleinert wird, so wächst der Streifenabstand  $b$  in der Brennebene, entsprechend der Gleichung

$$b = \frac{A \cdot \lambda}{a}$$

in § 5. Bei hinreichend kleinem  $a$  ist  $pa/qb$  nicht viel von Null verschieden und seinem absoluten Wert nach kleiner als 1. Es wird dann entsprechend der Gleichung (9)

$$(9) \quad y = \frac{A}{\frac{pa}{qb} - 1}$$

der Wert von  $y$  immer negativ, gleichgültig, ob  $p/q$  positiv oder negativ ist; ferner liegen die Werte von  $y$  in der Nähe von  $(-A)$ , d. h. die Streifensysteme liegen nicht weit vom Fernrohrobjektiv entfernt. Um dieselben zu beobachten, muß man deshalb das Fernrohr okular nahe an das Objektiv herankommen. Dies ließ sich bei dem benutzten Fernrohr weder mit dem Okular noch auch mittels eines Horizontalmikroskops, das in den Fernrohrtubus hineingesteckt werden konnte, erreichen.

Es wurde deshalb ein Fernrohrobjektiv, dessen Brennweite 205 mm war, aus einem Fernrohr entfernt, und das benutzte

Gitter, welches das Objektiv fast berührte, mit diesem befestigt. Diese Kombination, das Gitter der Lichtquelle zugewandt, wurde senkrecht zu den parallelen Strahlen, die einen Kollimator mit Spalt verlassen hatten, aufgestellt. Die Beugungsstreifen wurden mit einem Horizontalmikroskop, das ein Okularmikrometer besaß, beobachtet und der Abstand der Streifenebene von der Objektivlinse resp. der Gitterebene (vgl. später) gemessen. Um diese Messung genauer ausführen zu können, war, wie schon früher angegeben, die Trommel der Einstellschraube mit einer Teilung von 100 Teilen versehen.

Bei der Beobachtung mit dem Horizontalmikroskop findet man je nach der Entfernung desselben von der oben genannten Kombination (Fernrohrobjektiv und Gitter) ähnlich, wie früher, eine große Zahl von Streifensystemen im Gesichtsfeld, dessen Streifenbreite sehr verschieden ist. Eines dieser Systeme ist dadurch ausgezeichnet, daß es auch erhalten bleibt, wenn man das parallel einfallende Licht des unendlich entfernten Spaltbildes (Kollimator mit Spalt) durch eine breite Lichtquelle ohne Kollimator ersetzt. Das Horizontalmikroskop ist in diesem Fall auf das Gitter selbst eingestellt. Von dieser Stellung ausgehend, erhält man dann bei Anwendung von Spalt und Kollimator die Abstände der übrigen Streifensysteme von der Gitterebene.

Für die Vergleichung der beobachteten Resultate mit den berechneten Werten ist es jetzt einfacher, den Abstand der Streifensysteme von der Gitterebene zu berechnen. Bezeichnet man diesen Abstand (positiv gerechnet, wenn er von dem Kollimator fortgerichtet ist) mit  $y'$ , so hat man

$$y' = A + y,$$

wo  $y$  aus der Gleichung (9) zu entnehmen ist und  $A$  die Brennweite des Objektivs bezeichnet. Es ist daher

$$(17) \quad y' = (A + y) = A + \frac{q \cdot A b}{p a - q b} = \frac{p \cdot A a}{p a - q b} = \frac{A}{1 - \frac{q b}{p a}}.$$

Es ist für alle Versuche der absolute Wert von  $(q b / p a) > 1$ . Es wird deshalb  $y'$  negativ, wenn  $q$  und  $p$  das gleiche Vorzeichen haben. Es möge wie früher  $p$  als positiv angenommen werden.



Wenn  $y'$  positiv ist, liegt das Streifensystem weiter von dem Kollimator entfernt, als die Gitterebene; ist dagegen  $y'$  negativ, so liegt das Streifensystem zwischen Gitterebene und Kollimator; im letzten Fall ist das Streifensystem virtuell.

Die Streifenbreite  $\varepsilon$  ist die gleiche wie nach Gleichung (10a)

$$(10a) \quad \varepsilon = \frac{a b}{p a - q b}.$$

Im folgenden ist eine Beobachtungsreihe wiedergegeben.

Tabelle XI.

Grünes Quecksilberlicht.

 $\lambda = 0,0005461 \text{ mm}; A = 205 \text{ mm}; a^1) = 0,092 \text{ mm}; b = 1,217 \text{ mm}.$ 

Nr. des Versuches	Abstand der Einstellungsebene von der Gitterebene $y'$ in mm				Streifenbreite $\varepsilon$ in mm			
	beob.	ber.	Differenz beob.-ber. <sup>2)</sup>		beob.	ber.	Differenz beob.-ber.	
			in mm	in Proz.			in mm	in Proz.
1	-16,78	-16,77	+0,01	+0,1	0,0998	0,0995	+0,0003	+0,3
2	- 8,12	- 8,05	+0,07	+0,9	0,0476	0,0478	-0,0002	-0,5
3	0	0	—	—	0,0920	0,0920	$\pm 0$	$\pm 0$
4	+ 7,47	+ 7,47	$\pm 0$	$\pm 0$	0,0445	0,0443	+0,0002	+0,5
5	14,33	14,41	-0,08	-0,6	0,0860	0,0855	+0,0005	+0,6
6	20,71	20,88	-0,17	-0,8	0,0417	0,0413	+0,0004	+1,0
7	26,92	26,93	-0,01	$\pm 0$	0,0795	0,0799	-0,0004	-0,5
8	37,79	37,83	-0,04	-0,1	0,0754	0,0749	+0,0005	+0,7

In der vorstehenden Tabelle sind die Werte von  $y'$  für Nr. 1 und 2 negativ; es bedeutet dies, wie oben angegeben, daß das beobachtete Bild ein virtuelles ist, daß also No. 1 in

1) Auch hier, wo die Gitterkonstante viel kleiner ist als bei den früheren Versuchen, kann man ohne nennenswerten Fehler die Streifenbreite  $b$  in der Brennebene als konstant betrachten. Die in § 2 angegebene Größe

$$1 + \frac{n^3 - (n-1)^3}{2} \cdot \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2$$

wird für  $n = 7$  nur  $1 + 0,0022$ . Das benutzte Gitter war ein Rußgitter auf Glas.

2) Die Differenzen sind ohne Rücksicht auf das Vorzeichen von  $y'$  gebildet.

einem Abstand von 16,78 mm von der Gitterebene entfernt nach der Lichtquelle hin liegt.<sup>1)</sup> Außer den in Tab. XI angegebenen Streifensystemen waren noch viele andere vorhanden, die nicht zur Messung gelangten; die in der Tabelle angegebenen sind jene, bei denen die Streifenbreite den Größen  $a$  und  $a/2$  nahe kommen.

Die berechneten Werte sind nach folgenden Formeln ermittelt.

Tabelle XIa.

Nr. des Vers.	Abstand des beobachteten Streifensystems von der Gitterebene $y'$	Streifenbreite $s$
1	$\frac{Aa}{a-b}$	$\frac{ab}{a-b}$
2	$\frac{Aa}{a-2b}$	$\frac{ab}{a-2b}$
3	0	$a$
4	$\frac{Aa}{a+2b}$	$\frac{ab}{a+2b}$
5	$\frac{Aa}{a+b}$	$\frac{ab}{a+b}$
6	$\frac{3Aa}{3a+2b}$	$\frac{ab}{3a+2b}$
7	$\frac{2Aa}{2a+b}$	$\frac{ab}{2a+b}$
8	$\frac{3Aa}{3a+b}$	$\frac{ab}{3a+b}$

Wie aus der Tab. XI hervorgeht, zeigen die beobachteten und berechneten Werte von  $y'$  im ganzen kleinere Differenzen als bei den früheren Versuchen. Es beruht dies darauf, daß die sich schneidenden Strahlen, durch welche die Streifen entstehen, hier größere Winkel miteinander bilden als früher; infolgedessen ist die scharfe Einstellung erleichtert.

1) Über virtuelle Beugungsbilder vgl. Verdet, Vorlesungen über die Wellentheorie des Lichtes. Deutsch von K. Exner, I. Bd. p. 292. 1881.

§ 16. Erscheinungen mit kleiner Gitterkonstante ohne Anwendung eines Fernrohrobjektivs.

Aus den Gleichungen (17) und (10a)

$$(17) \quad y' = \frac{p \cdot A \cdot a}{p a - q b},$$

$$(10a) \quad \varepsilon = \frac{a b}{p a - q b}$$

läßt sich noch eine Folgerung ziehen, die einer experimentellen Prüfung zugänglich ist. Läßt man die Brennweite  $A$  des Fernrohrobjektivs wachsen, so wird, wenn  $A$  unendlich gesetzt wird, das Objektiv unwirksam und man erhält die gleichen Erscheinungen, wie wenn man das Objektiv ganz fortnimmt.

Ersetzt man in den Gleichungen (17) und (10a) die Streifenbreite  $b$  in der Brennebene durch

$$b = \frac{A \cdot \lambda}{a},$$

so erhält man

$$y' = \frac{p a^2}{\frac{p a^2}{A} - q \lambda}; \quad \varepsilon = \frac{a}{\frac{p a^2}{A \lambda} - q}.$$

Setzt man hierin  $A = \infty$ , so wird

$$(18) \quad y' = \frac{p a^2}{-q \lambda},$$

$$(19) \quad \varepsilon = \frac{a}{-q}.$$

In der folgenden Tab. XII sind die Resultate mitgeteilt, die ebenso wie im § 15 mit dem Horizontalmikroskop erhalten wurden. Auch hier ist ein Streifensystem dadurch ausgezeichnet, daß es erhalten bleibt, wenn man das parallel einfallende Licht des unendlich entfernten Spaltbildes (Kollimator mit Spalt) durch eine breite Lichtquelle ohne Kollimator ersetzt. Das Horizontalmikroskop ist in diesem Falle wieder auf das Gitter selbst eingestellt. Von dieser Stellung ausgehend, erhält man ebenso wie in § 15, bei Anwendung von Spalt und Kollimator, die Abstände der übrigen Streifensysteme von der Gitterebene.

Tabelle XII.

Grünes Quecksilberlicht.

 $\lambda = 0,0005461$  mm;  $\Delta = \infty$  (ohne Objektiv);  $a = 0,092$  mm.

Nr. des Versuches	Abstand der Einstellungsebene von der Gitterebene $y'$ in mm				Streifenbreite $s$ in mm	
	beob.	ber.	Differenz beob.-ber.		beob.	ber.
			in mm	in Proz.		
1	-31,02	-31,00	+0,02	+0,1	0,092	0,092
2	-23,19	-23,25	-0,06	-0,3	0,046	0,046
3	-15,52	-15,50	+0,02	+0,1	0,092	0,092
4	-7,95	-7,75	+0,20	+2,6	0,046	0,046
5	0	0	—	—	0,092	0,092
6	+7,75	+7,75	-0,00	$\pm 0,0$	0,046	0,046
7	+15,41	+15,50	-0,09	-0,6	0,092	0,092
8	+23,10	+23,25	-0,15	-0,7	0,046	0,046
9	+30,83	+31,00	-0,17	-0,6	0,092	0,092

Bei der Beobachtung der Streifenbreite ging man von Nr. 5 des Versuches aus, da hier das Mikroskop auf das Gitter selbst eingestellt war. Bei der Annäherung des Mikroskops an das Gitter, ebenso wie bei der Entfernung vom Gitter, trat dann die gleiche Streifenbreite wiederholt auf, die nicht besonders gemessen wurde; ebenso war es bei der halben Streifenbreite. Die detaillierte Messung für die einzelnen Versuche beschränkte sich also auf die Werte von  $y'$ , hier waren die Differenzen von beobachteten und berechneten Werten nur gering.

Die in der Tab. XII berechneten Werte sind nach den Gleichungen (18) und (19) nach folgenden Formeln berechnet.

Tabelle XIIa.

Nr. des Versuches	Abstand des beobachteten Streifensystems von der Gitterebene $y'$	Streifenbreite $s$
1	$-\frac{2a^2}{\lambda}$	$a$
2	$-\frac{3a^2}{2\lambda}$	$\frac{a}{2}$

Tabelle XIIa (Fortsetzung).

Nr. des Versuches	Abstand des beobachteten Streifen-systems von der Gitterebene $y'$	Streifenbreite $s$
3	$-\frac{a^2}{\lambda}$	$a$
4	$-\frac{a^2}{2\lambda}$	$\frac{a}{2}$
5	0	$a$
6	$\frac{a^2}{2\lambda}$	$\frac{a}{2}$
7	$\frac{a^2}{\lambda}$	$a$
8	$\frac{3a^2}{2\lambda}$	$\frac{a}{2}$
9	$\frac{2a^2}{\lambda}$	$a$

In der Tab. XII liefern die Nr. 1 bis 4 negative Werte für  $y'$ ; die zugehörigen Streifenbilder sind virtuell und liegen zwischen Gitter und Lichtquelle.

Die entsprechenden Bilder vor und hinter dem Gitter liegen gleich weit von diesem entfernt, während bei Anwendung eines Objektivs, das mit dem Gitter fest verbunden ist, die Bilder auf der negativen Seite der  $y'$  größere Abstände haben von der Gitterebene, als auf der positiven Seite (vgl. Tab. XI).

Die Streifenbreite  $s$  ist, wie aus Gleichung (19) hervorgeht, unabhängig von der Wellenlänge  $\lambda$ ; die Lage der Ebene, in welcher die Streifen liegen, ist dagegen von der Wellenlänge abhängig.

Die Maximalstreifenbreite ist nach Tab. XII unabhängig von dem Werte, den  $y'$  hat; sie ist gleich der Gitterkonstante  $a$ , wie auch unmittelbar aus Gleichung (19) hervorgeht, die für  $s$  immer den Wert  $a$  liefert, wenn  $q' = 1$  ist.

Endlich ist die Differenz der Werte von  $y'$ , die benachbarten Maximalstreifenbreiten entsprechen, konstant und zwar gleich  $a^2/\lambda$ ; vgl. Gleichung (18) und Tab. XIIa.

§ 17. Berechnung des Ortes der Streifensysteme und der Größe der Streifenbreite auf geometrischem Wege.

Geht man von dem Beugungsbilde in der Brennebene des Fernrohres als gegeben aus, so kann man versuchen, auf rein geometrischem Wege die in den vorhergehenden Paragraphen geschilderten Erscheinungen abzuleiten, allerdings ohne Rücksicht auf die Intensitätsverteilung.

In dem Koordinatensystem (Fig. 7) seien die  $X$ - und  $Y$ -Achse horizontal, die  $Z$ -Achse vertikal. Die Fernrohrachse fällt mit der  $Y$ -Achse, die Brennebene des Fernrohres mit der  $XZ$ -Ebene zusammen.  $CO = A$  sei die Brennweite des Fernrohrobjektivs, das als verschwindend dick angenommen sei.  $DE$  stelle das Gitter mit der Gitterkonstanten

$$a = C_0 C_1 = C_1 C_2 = \dots$$

dar, die Gitterstriche seien vertikal.

Verwendet man einen vertikalen Spalt mit Kollimator, der so aufgestellt ist, daß die aus dem Kollimator kommenden Strahlen parallel  $CO$  sind, so wird das Spaltbild des Objektivs in der  $XZ$ -Ebene (Brennebene) liegen und durch  $O$  gehen; ebenso werden beim Vorsetzen des Gitters vor dem Fernrohrobjektiv die sämtlichen Beugungsstreifen in derselben Ebene ( $XZ$ -Ebene) liegen. Diese Streifen haben fast genau den gleichen Abstand, vgl. § 5; die Streifenbreite sei

$$b = O D_1 = D_1 D_2 = D_2 D_3 \dots$$

Das Bild eines Beugungsstreifens in der Brennebene kommt dadurch zustande, daß die von den einzelnen Gitter-

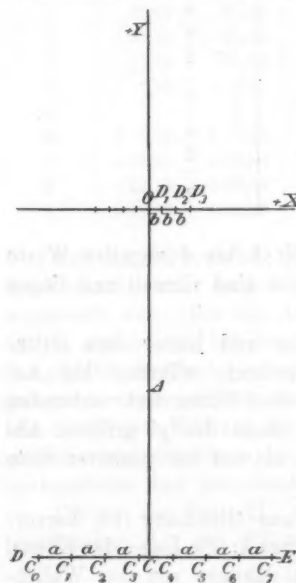


Fig. 7.

strichen ausgehenden gebeugten Strahlen sich in der Brennebene zu Maximis vereinigen. Diese Strahlen schneiden sich aber in anderer Kombination schon *vor* dem Durchtritt durch die Brennebene und ebenso auch *nach* dem Durchtritt durch dieselbe. Um diese Durchschnittspunkte der Strahlen zu erhalten, kann man folgende Betrachtung anstellen.

Die hellen Streifen in der Brennebene haben die Ordinate  $y = 0$  und die Abszisse  $x = nb$ , wo  $n$  eine positive oder negative ganze Zahl oder Null ist und  $b$  die Streifenbreite darstellt.

Die Gitterstriche in  $DE$  haben die Ordinate  $y = -A$  und die Abszisse  $x = CC_4 + ma$ , wo auch  $m$  eine positive oder negative ganze Zahl oder Null ist und  $a$  die Gitterkonstante darstellt. Die Größe  $CC_4$  liegt zwischen 0 und  $a$  je nach der Stellung, die das Gitter gegenüber der Fernrohrachse  $CO$  einnimmt. Es sei  $CC_4 = \alpha \cdot a$ , wo  $\alpha$  zwischen 0 und 1 liegt. Es ist dann die Abszisse  $x = (m + \alpha)a$ .

Es sollen jetzt die Koordinaten des Schnittpunktes zweier Linien bestimmt werden, die durch je zwei anzugebende Punkte gehen. Die eine Linie gehe

durch den Punkt  $y = 0; x = nb$  und

„ „ „  $y = -A; x = (m + \alpha)a$ ;

die andere Linie gehe

durch den Punkt  $y = 0; x = n'b$  und

„ „ „  $y = -A; x = (m' + \alpha)a$ .

Der Schnittpunkt dieser beiden Linien hat die Koordinaten

$$(20) \quad x = \frac{ab[n'(m + \alpha) - n(m' + \alpha)]}{a(m - m') - b(n - n')},$$

$$(21) \quad y = \frac{Ab(n - n')}{a(m - m') - b(n - n')}.$$

Aus der Gleichung (21) folgt, daß alle Schnittpunkte zweier Linien die gleiche Ordinate haben, für welche  $(n - n') = \text{const.}$  und  $(m - m') = \text{const.}$  ist. Die hellen Streifen, für welche die eben genannte Bedingung erfüllt ist, liegen daher sämtlich in der gleichen Ebene, welche parallel der Brennebene ist. Der Wert von  $y$  wird positiv, wenn  $(n - n')$  und  $(m - m')$  das gleiche Vorzeichen haben und  $a(m - m')/(n - n')$  größer als  $b$  ist.

Die Streifenbreite  $\varepsilon$  für den gleichen Wert von  $y$ , der durch Gleichung (21) definiert ist, erhält man folgendermaßen:  
Setzt man

$$\begin{aligned} (n+c) & \text{ statt } n \\ (n'+c) & \text{ „ } n'; \\ \text{ferner} \quad (m+d) & \text{ „ } m \\ (m'+d) & \text{ „ } m', \end{aligned}$$

wo  $c$  und  $d$  ganze Zahlen sind, so erhält man einen neuen Schnittpunkt mit der gleichen Ordinate  $y$ , wie früher, und mit folgender Abszisse  $x_{c,d}$

$$x_{c,d} = \frac{ab[n'+c](m+a+d) - (n+c)(m'+a+d)}{a(m-m') - b(n-n')}.$$

Der Abstand zweier beliebiger Schnittpunkte ist daher

$$(22) \quad x_{c,d} - x = \frac{ab[c(m-m') - d(n-n')]}{a(m-m') - b(n-n')}.$$

Der Abstand zweier benachbarten Schnittpunkte — die Streifenbreite  $\varepsilon$  — ist gleich dem kleinsten Wert, den  $(x_{c,d} - x)$  annehmen kann; diesen Wert erhält man, wenn

$$[c(m-m') - d(n-n')]$$

den kleinsten Wert besitzt. Haben  $(m-m')$  und  $(n-n')$  keinen gemeinschaftlichen Faktor, so läßt sich

$$[c(m-m') - d(n-n')]$$

durch passende Wahl von  $c$  und  $d$  gleich 1 machen; sonst wird der kleinste Wert von

$$[c(m-m') - d(n-n')]$$

größer als 1, und zwar gleich dem größten gemeinschaftlichen Faktor von  $(m-m')$  und  $(n-n')$ . Wir können voraussetzen, daß  $(m-m')$  und  $(n-n')$  keinen gemeinschaftlichen Faktor besitzen, bzw. daß er durch Division aus der Gleichung (22) entfernt ist; dann wird die Streifenbreite

$$(23) \quad \varepsilon = \frac{ab}{a(m-m') - b(n-n')}.$$



Die hier auf geometrischem Wege abgeleiteten Gleichungen (21) und (23) für  $y$  und  $\varepsilon$  stimmen mit den früheren Gleichungen (9) und (10a)

$$(9) \quad y = \frac{q \cdot A b}{p a - q b},$$

$$(10a) \quad \varepsilon = \frac{a b}{p a - q b}$$

vollständig überein, wenn man

$$(24) \quad \begin{cases} (m - m') = p, \\ (n - n') = q \end{cases}$$

setzt. Die Werte von  $p$  und  $q$  stellen ganze Zahlen dar, vgl. § 3; dies ist mit den Beziehungen (24) im Einklang.

Schließlich möge noch folgende Bemerkung Platz finden. Wird das Streifensystem in der Brennebene betrachtet, so wird  $y = 0$ , daher nach Gleichung (21)

$$n - n' = 0.$$

In diesem Falle erhält man aus Gleichung (20)

$$(20a) \quad x = \frac{a b (n' m - n m')}{a (m - m')} = b n.$$

Der Wert von  $x$  ist also unabhängig von  $\alpha$ , d. h. die Streifen erfahren keine Verschiebung, wenn das Gitter senkrecht zur Fernrohrachse verschoben wird.

Wird dagegen das Streifensystem nicht in der Brennebene betrachtet, so ist  $(n - n')$  nicht gleich Null; dann wird  $x$  nach der Gleichung (20) von der Größe  $\alpha$  abhängig, d. h. mit der Verschiebung des Gitters tritt auch eine Verschiebung des Streifensystems ein; die Streifenbreite ändert sich aber nicht, vgl. Gleichung (23).

#### Zusammenfassung der Resultate.

Beobachtet man mit Fernrohr und Gitter die Fraunhoferschen Beugungserscheinungen, so kann man unter gewissen Bedingungen auch außerhalb der Brennebene des

Fernrohrobjektivs Beugungsstreifen sehen. Der Streifenabstand in diesen Beugungsfiguren und die Helligkeitsverteilung in denselben ist verschieden von den entsprechenden Größen, die in der Brennebene des Fernrohres auftreten. Es wird der Ort der neuen Streifensysteme, der Streifenabstand und die Intensitätsverteilung in denselben aus der Beugungstheorie abgeleitet und mit den Beobachtungen verglichen. In der Einleitung dieser Arbeit ist eine genauere Übersicht angegeben.

Jena, im Oktober 1908.

(Eingegangen 6. Oktober 1908.)

2. *Über den Einfluß des hydrostatischen Druckes  
auf die Stellung der Metalle  
in der thermoelektrischen Spannungsreihe;  
von Ernst Wagner.*

Das Studium des thermoelektrischen Verhaltens der Metalle hat dasselbe als ein äußerst empfindliches Reagens auf sehr geringe Änderungen des Materials kennen gelehrt<sup>1)</sup>: Änderungen, die nicht nur in der stofflich-chemischen Zusammensetzung begründet, sondern ebenso wirksam sind, wenn sie allein durch Eingriffe in die physikalische Natur der Metalle hervorgebracht werden, wie es z. B. der Prozeß des Ziehens und der Härtung ist, des Ausglühens, der Magnetisierung, der temporären und dauernden elastischen Dehnung, der seitlichen Pressung usw. Indessen haben alle diese zahlreichen Untersuchungen zu einfachen und quantitativen Beziehungen nicht geführt.

Des Coudres<sup>2)</sup> hat auf diesem Gebiet zum erstenmal an einer wohldefinierten Substanz — Quecksilber — quantitative Messungen ausführen können über den Einfluß des hydrostatischen Druckes innerhalb  $\frac{1}{2}$  und 2 Atm. auf die Stellung des Hg in der thermoelektrischen Reihe. Er fand nach zwei Methoden übereinstimmend, daß in dem Thermoelement: Hg ohne Druck in Verbindung mit Hg unter Druck von 1 Atm. bei 1° Temperaturdifferenz der Berührungsstellen eine thermoelektrische Kraft von  $2,09 \cdot 10^{-10}$  Volt entsteht, daß diese proportional dem Druck und der Temperaturdifferenz der Berührungsstellen ist und den Strom in der erwärmten Berührungsstelle vom ungedrückten zum gedrückten Hg treibt.

Agricola<sup>3)</sup> hat dies Resultat unter Ausdehnung bis zu Drucken von 100 Atm. quantitativ genau bestätigt. Er

1) Vgl. G. Wiedemann, Lehre v. d. Elektrizität, II. Bd. 2. Aufl. p. 259. 1894; insbesondere die Arbeiten von W. Thomson, Le Roux, E. Cohn.

2) Th. Des Coudres, Wied. Ann. 43. p. 673. 1891.

3) H. Agricola, Dissertation, Erlangen 1902.

benutzte in Bomben komprimierte Gase als Druckquelle und übertrug den Druck direkt auf das Hg in dickwandigen Glaskapillaren. In gleicher Weise untersuchte er einige sehr verdünnte Amalgame, von denen Bi-, Sn-, Cd-, Sb-Amalgame den gleichen, Zn-, K-, Na-Amalgame einen bis zum dreifachen Betrag des reinen Hg ansteigenden Druckeinfluß ergaben.

Die vorliegende, auf Anregung von Hrn. Geh.-Rat Röntgen unternommene Arbeit handelt von Versuchen, in denen gleichfalls der Einfluß des hydrostatischen Druckes in systematischer Weise auf die Thermoelektrizität sämtlicher mir zugänglicher Metalle und einiger Legierungen untersucht wurde, und zwar für Drucke bis zu 300 Atm. in einem Temperaturintervall der Lötstellen von  $0^{\circ}$  bis  $100^{\circ}$  C.

#### Versuchsanordnung.

##### Erste Methode.

In einem vertikal gestellten Mannesmann-Stahlrohr (von 2 mm Wandstärke und 20 mm lichter Weite), das die druckübertragende Flüssigkeit (Paraffinöl) enthält, befindet sich das Thermoelement CuMe. Die Cu-Drähte führen auf halber Rohrlänge isoliert und druckdicht heraus zu einer Kompensationsmeßvorrichtung der thermoelektromotorischen Kraft. Das Stahlrohr, welches mittels Verschraubungen gegen den Druck dicht abzuschließen ist, erhält seine Druckzuführung von unten mittels Cu-Kapillaren von der Druckpresse her. Die große Länge des Stahlrohres (1 m), sowie die Anordnung der Temperaturbäder derart, daß die obere Lötstelle von dem Bade höherer Temperatur umgeben wird, verhüten gefährliche Wärmeströmungen in der Druckflüssigkeit und einen zu starken Konvektionsausgleich der Temperaturen. Die Messung der elektromotorischen Kraft, je nachdem das Thermoelement unter Druck steht oder nicht, liefert den gesuchten Einfluß. — Hiergegen ist jedoch einzuwenden, daß auf diese Art nur die *Differenz* des besprochenen Druckeinflusses auf beide Metalle zur Geltung kommen kann. Würde der Druck beide Metalle um gleich viel in der thermoelektrischen Spannungsreihe verschieben, — man denke sich z. B. Me auch durch Cu

ersetzt —, so könnte diese Verschiebung mit dieser Anordnung nicht entdeckt werden.

Abgesehen von diesem prinzipiellen Einwand, bietet diese Methode noch eine sehr erhebliche Schwierigkeit dadurch, daß die Änderung  $e$  der Thermokraft durch Druck als kleine Differenz der relativ sehr großen Thermokräfte  $E_p$  und  $E$  der Kombination MeCu zustande kommt und daher stark durch alle störenden Fehler beeinflusst wird, die  $E$  in seiner Konstanz beeinträchtigen, wie insbesondere Temperaturschwankungen der Lötstellen.

Aus diesem Grunde wurde diese Methode im allgemeinen verlassen, da Vorversuche mit ihr obendrein ergaben, daß der zu erwartende Effekt erheblich kleiner war als für Hg. In dem speziellen Fall allerdings, wo  $e$  nicht zu klein im Verhältnis zu  $E$  ist (z. B. Au—Cu), lieferte sie ein sehr brauchbares Kontrollexperiment (vgl. p. 989).

Methode I würde den höchsten Grad der Vollkommenheit in dem Falle erreichen, wenn das *eine* Metall, z. B. Me unserer Kombination MeCu, die beiden Eigenschaften besäße: 1. keine thermoelektromotorische Differenz gegen Cu und 2. keinen Druckeinfluß auf seine Stellung in der thermoelektrischen Reihe zu haben. Dann würde Methode I direkt und allein die Änderung der thermoelektrischen Stellung des Cu zum Ausdruck bringen. Ein Metall mit diesen Eigenschaften ist aber Cu selbst, *das man dem Drucke entzieht*, indem man es außerhalb des Druckrohres in ein gesondertes Rohr verlegt.

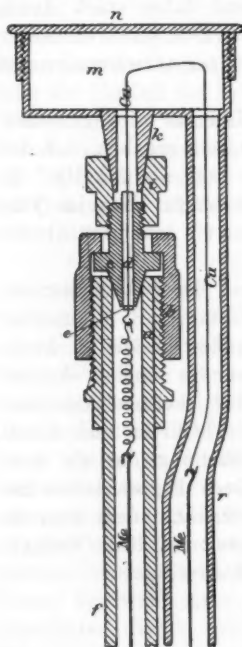
Diese Anordnung liefert unsere definitive

#### zweite Methode.

Es ist im Prinzip dieselbe, welche Des Coudres und Agricola benutzten. Das Stahlrohr  $f$  (Fig. 1), welches den unter Druck zu untersuchenden Draht in sich aufzunehmen hat, hat 2 mm Wandstärke, 5 mm lichte Weite und ist 1 m lang. Die Druckzuführung, die es auf halber Länge empfängt, ist, ebenso wie die Verschlußstücke oben und unten, mittels Stahlkonus  $c$  gedichtet, welcher durch Stahlverschraubungen  $a$  und  $b$  eingepreßt wird. Diese Art der Dichtung hat sich gut bewährt. Um den zu untersuchenden Draht aus dem Druckrohr isoliert herauszuführen, sind die Stahlkonusse mit konischen

Ausbohrungen  $d$  versehen, in welche ein gut passender Bernstein- (oben) bzw. Hartgummikonus (unten) mit heißem Marineleim eingekittet ist. Durch diese führt in einem Kanal von ca. 0,3 mm Weite ein Kupferdraht nach außen, dem zur Dichtung ein kleines Messingscheibchen  $e$  aufgelötet ist. — Das geeignete Isoliermaterial ausfindig zu machen, das die

relativ hohe Temperatur der oberen Lötstelle von  $100^{\circ}$  und zugleich den Druck von 300 Atm. aushält, ohne zu erweichen oder mangelhaft zu isolieren oder zu zerbrechen, war ein sehr beträchtlicher Anteil der Mühewaltung gewidmet. Mangelnde Isolation des Drahtes an diesem Punkte gegen das äußere Rohr hat längere Zeit jede feinere Strommessung vereitelt. — Die isoliert durch die Konusse geführten Cu-Drähte setzen sich im Druckrohr in zarten Cu-Drahtspiralen von ca. 2 cm Länge fort, an deren Enden der untersuchte Draht angelötet wird. Hierdurch ist erreicht, daß derselbe ohne Spannung und Stauchung in den Druckraum zu liegen kommt. Gegen Berührung mit dem Stahlrohr wird er durch ein übergestecktes Glasrohr geschützt. — Das Rohr, in dem der dem Druck nicht ausgesetzte „Kompensations“-Draht (von derselben Sorte, wie der im Druckrohr) verläuft, war aus Messing hergestellt und hat eine kompliziertere Form. Seine Verbindung mit dem



Verbindungsstück von Druck- u. Kompensationsrohr im Siederaum.

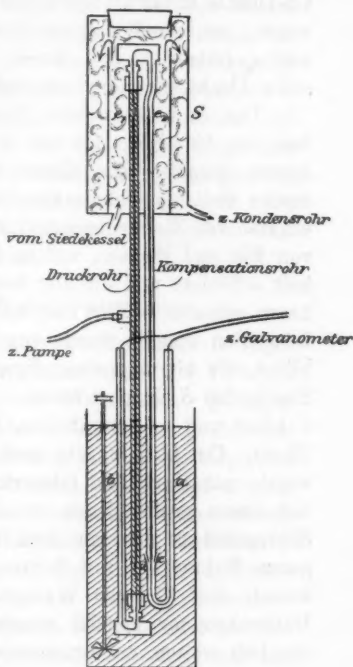
Fig. 1 ( $\frac{3}{4}$  nat. Größe).

Druckrohr geschieht mit Hilfe des auf den Stahlkonus aufgeschraubten Verbindungsstückes  $i$  aus Messing, in dessen konische Bohrung das Rohr  $k$  eingepaßt ist. Es hat sich nun im Laufe der Arbeit gezeigt, daß zur Montierung und Isolation der zu untersuchenden Drähte von den Wänden eine Erweiterung des Kompensationsrohres  $kr$  da, wo es umbiegt,

sich als notwendig erwies, welche eine freie Zugänglichkeit von außen zu dem Drahte ermöglicht. Der dosenförmige Raum  $m$  dient hierzu, in welchen von unten die Rohre  $k$  und  $r$  münden. Nach der Montierung usw. der Drähte wird dieser Raum luftdicht mit dem aufschraubbaren Deckel  $n$  abgeschlossen. Druckrohr  $f$  und Kompensationsrohr  $r$  verlaufen möglichst nahe beieinander, um magnetische Induktionswirkungen auf die in ihnen liegenden Drähte fernzuhalten. An ihren unteren Enden sind Druck- und Kompensationsrohr in gleicher Weise, wie beschrieben, konisch verbunden jedes mit einem Messingrohr  $a$  bzw.  $b$  (Fig. 2), in welchen die beiden Drähte vom Galvanometer verlaufen, welche bei  $c$  und  $d$  ihre Verbindung mit unserem Thermoelement erlangen. Die Isolation der Drähte im Innern des Rohrsystems wurde überall durch Glasrohre bewirkt. Die beiden Paare sich entsprechender Lötstellen  $e_1 e_2$  (Fig. 2) und  $c d$ , von denen jedes Paar für sich je eine eigentliche Lötstelle des Thermoelementes repräsentiert, lagen sich immer möglichst nahe gegenüber.

#### Die Temperaturbäder.

Da ein isothermer Raum noch so bedeutende Materialverschiedenheiten thermoelektromotorisch in Hinsicht auf Stromwirkungen indifferent macht, so liefern Bäder möglichst konstanter Temperatur, die die zwei oben genannten Lötstellenpaare umgeben, bekanntlich ein sehr gutes Mittel, die sonst



Schematische Ansicht der Versuchsanordnung.

Fig. 2.

sehr gefährlichen Thermokräfte zwischen den Cu-Drähten oben bzw. unten und dem untersuchten Metall zu eliminieren. Da Cu-Drähte unten als Galvanometerleitung doch nicht zu umgehen waren, so behielt ich auch oben als Verbindung zwischen  $e_1$  und  $e_2$  immer Cu bei, obwohl hier in den meisten Fällen derselbe Draht wie der untersuchte zur Verfügung stand.

Das Bad der *tieferen* Temperatur unten war ein Wasserbad von 13 Liter, das auf eine Länge von 35 cm das Rohrsystem umgab. Ein Elektromotor besorgte das Rühren. Es erwies sich als viel praktischer und für uns völlig ausreichend, ein Bad von Zimmertemperatur zu nehmen, statt einer Mischung von Eis und Wasser, welche mehr Wartung und Aufmerksamkeit erfordert und die hier besonders notwendige Durchrührung kaum erlaubt. — Das Bad *höherer* Temperatur, das die oberen Lötstellen umgab, wurde von Dämpfen siedenden Wassers gebildet, die ein doppelwandiges und außen mit Filz geschütztes Siedegefäß *S* durchströmten. Sein gesamtes Volumen betrug 6 Liter und es umgab das Rohrsystem auf eine Länge von 33 cm. Der Ort, wo die zwei Rohre das Siedegefäß verlassen, wurde mit Kork und Glaserkitt gedichtet, die obere Öffnung mit einem großen Kork verschlossen. Seinen Halt bekam das Siedegefäß an dem gleichen Holzgestell, an welchem auch das ganze Rohrsystem mit Schrauben befestigt war. Vom Siedekessel, der 12 Liter Wasser faßte und durch zwei doppelte Bunsenbrenner geheizt wurde, führte der Dampf in einem ziemlich weiten, asbestumwundenen Blechrohr zum Siedegefäß in geringer Ansteigung, um Kondenswasserverstopfungen und damit Schwankungen der Siedetemperatur zu verhüten. Der aus dem Siedegefäß ausströmende Dampf wurde in einer Kondensvorrichtung niedergeschlagen und zum Siedekessel zurückgeleitet.

Nicht genügend weite Dampfzuleitungen und überhaupt zu wenig Dampfzufuhr hatten anfänglich die Temperaturkonstanz des Siederaumes recht beeinträchtigt.

#### Der Druckapparat.

Zur Erzeugung des Druckes diente eine Schraubenkolbenpresse von Schäffer & Budenberg, Magdeburg. Zwischen der Presse und dem Druckrohr, worin der untersuchte Draht



sich befand, war ein größerer, 1—2 Liter fassender Druckraum eingeschaltet, um trotz kleiner Undichtigkeiten im Apparat den Druck möglichst konstant zu erhalten. Zwischen Presse und Reservoir lag ein konischer Abschlußhahn aus Stahl, um die Arbeitsweise der nur stufenweise den Druck erhöhenden Schraube zu ermöglichen. Das Manometer von Schäffer & Budenberg, das an der Presse lag, war in Intervalle von 20 kg/qcm geteilt, so daß auf 2—1 Atm. genau abgelesen werden konnte. Eine Eichung der Manometerangaben geschah mit dem von mir<sup>1)</sup> früher beschriebenen Manometer der gleichen Firma, das auf absolute Druckwerte geprüft war. Als Druckflüssigkeit diente Paraffinöl.

#### Elektrische Schalt- und Meßvorrichtungen.

Die zu erwartende thermoelektromotorische Kraft hatte nach den Vorversuchen die Größenordnung von  $10^{-7}$  Volt pro 100 Atm. und  $80^\circ$  Temperaturdifferenz. Wegen dieser geringen Größe war der Widerstand sowohl der untersuchten Drähte wie der Galvanometerspulen möglichst klein zu wählen bei möglichst großer Stromempfindlichkeit des letzteren. Ich bediente mich also eines Du Bois-Rubensschen Panzergalvanometers mit dreifachem magnetischen Schutz (Type Fig. 1 c, Zeitschr. f. Instr. 20. p. 65. 1900) und konnte das kleinste Gehänge verwenden, wenn das Galvanometer auf einer Juliusschen Aufhängung stand. Die Spulen kleinsten Widerstandes parallel verbunden hatten ca.  $2,5 \Omega$ , die Stromempfindlichkeit war bei 3 m Skalenabstand vom Spiegel ca.  $1 \cdot 10^{-9}$  Amp./Skt., die Spannungsempfindlichkeit im Kreise war ca.  $4 \cdot 10^{-9}$  Volt/Skt., da im Mittel der äußere Widerstand ca.  $1,5 \Omega$  betrug. Die geringe Größe des Galvanometerspiegels erforderte eine sehr intensive Skalenbeleuchtung bei verdunkeltem Zimmer.

Die Leitungen vom Galvanometer und Thermoelement führten bifilar in geerdeten Bergmannrohren zu einem ganz aus Kupfer gefertigten Stromschlüssel, in dem etwaige Temperaturdifferenzen sich vermöge seiner massiven Konstruktion rasch ausgleichen; außerdem war er noch durch Watte sorgfältigst gegen raschere Temperaturänderungen geschützt. Mit

1) E. Wagner, Ann. d. Phys. 15. p. 906. 1904.

Hilfe eines Kupferstöpsels, dessen Handgriff aus Ebonit war, ließen sich folgende Schaltungen herstellen:

1. Kurzschließung des Galvanometers.
2. Verbindung des Thermoelementes mit dem Galvanometer.

3. Verbindung des Galvanometers mit einer Abzweigungsvorrichtung für kleine Ströme zur Bestimmung der augen-

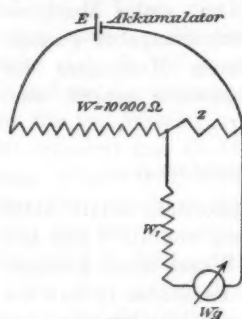


Fig. 3.

blicklichen Empfindlichkeit des Galvanometers. Diese Schaltung zeigt Fig. 3. Die Widerstände  $W$  und  $z$  wurden einem Edelmannschen Präzisionsrheostaten entnommen,  $W_1$  waren Spulen von 5032 bzw. 10270  $\Omega$ . Die Spannung des Akkumulators wurde an einem Präzisionsvoltmeter von Siemens & Halske (0,02 Volt pro Skalenteil) ermittelt. Die Richtigkeit seiner Angaben war kontrolliert mit einer Akkumulatorspannung, die mit einem Weston-

element gemessen worden war. Die Korrektion betrug  $-0,017$  Volt.

Ich habe zur *Messung der gesuchten Thermokraft* der *Methode der Strommessung* im Kreis Thermoelement-Galvanometer verbunden mit einer Widerstandsmessung dieses Kreises den Vorzug gegeben vor einer Kompensation der elektromotorischen Kraft, trotz mancher Vorteile dieser Nullmethode. Da es sich um sehr kleine Ströme und Spiegelablenkungen handelt, so glaubte ich in besagtem einfachsten Stromkreise, in dem nur noch der beschriebene Kupferschalter lag, der während eines Versuches nie berührt wurde, sicherer vor Fehlern geschützt zu sein, die in einem Kompensationskreis durch Thermokräfte leicht auftreten können.

Der Widerstand des Galvanometers inklusive der Leitung zum Kupferschalter wurde am Ende der Arbeit bei zwei Temperaturen mit einer geeichten Wheatstoneschen Brücke ermittelt und der betreffende Wert für jede Versuchstemperatur hieraus entnommen.

Der Widerstand der einzelnen Thermoelemente wurde mit

derselben Wheatstoneschen Brücke bestimmt, und zwar mehrfach bei jedem Metall.

#### Gang eines Versuches.

##### Feststellung des gesuchten Druckeinflusses. Kontrollexperimente.

Die Anheizung des Siedekessels mußte einige Stunden vor der eigentlichen Messung geschehen, damit die Temperatur im Beobachtungsraum konstant wurde oder doch einen gleichförmigen Gang annahm. Die Temperatur des Wasserbades und des Galvanometers wurde mit geeichten Thermometern, die des Siedegeßes mit einem kontrollierten Barometer im Laufe des Versuches mehrfach bestimmt. Die Galvanometernadel zeigte bei offenen Spulen Schwankungen von  $\frac{1}{2}$  bis 1 Skt., wenn, wie meistens, während der späten Abendstunden beobachtet wurde. Einem Temperaturgang des Galvanometers ging immer parallel ein Gang der Nadel; dieser wurde später mit Erfolg herabgedrückt, indem man das Galvanometer mit den Panzern von einem Weißblechzylinder umgab und diesen mit Watte ausstopfte. Wurde das zu untersuchende Thermoelement mit dem Galvanometer verbunden, so verursachte dies bei den meisten Metallen weder eine Änderung in der Größe der Schwankungen noch im Gange der Nadel, nur änderte sich die Einstellung je nach der kleinen ursprünglichen thermoelektrischen Differenz der beiden Drähte im Druck- und Kompensationsrohr. Somit konnte die disponible Galvanometerempfindlichkeit voll ausgenützt werden. Dies günstige Resultat — das nicht bei allen Metallen, insbesondere nicht bei solchen mit großer Thermokraft gegen Cu, zutraf — wurde indes erst erreicht, seitdem die erwähnte Bernsteinisolation des Zuführungsdrahtes gegen das Druckrohr und die Kondensation des ausströmenden Heizdampfes in einem von der Wasserleitung durchströmten Rohr eingerichtet worden war. Eine Schwankung von 1 Skt. bedeutet aber, wenn man sie ganz auf Rechnung von Temperaturdifferenzen zwischen den zwei oberen bzw. den zwei unteren Lötstellen setzen würde, z. B. für das Metall Ni eine Temperaturdifferenz von ca.  $\frac{1}{10000}^{\circ}\text{C}$ . Diese hohe Empfindlichkeit auf Temperaturdifferenzen in den zwei

Lötstellenpaaren mag folgender Versuch zeigen. Löscht man von den für gewöhnlich brennenden zwei Paaren Heizbrennern unter dem Siedekessel das eine Paar plötzlich aus, so zeigen sich z. B. beim Nickel bald darauf Ablenkungen der Nadel von einigen Skt., welche nach wenigen Minuten wieder völlig verschwinden. Das Wiederanzünden bewirkt dieselbe Erscheinung im umgekehrten Sinne. Diese Wirkung ist ohne Zweifel durch die kleine Druck- und also Siedetemperaturdifferenz veranlaßt, welche bei veränderter Menge der Dampfbildung dann eintritt, wenn in der Ausströmungsöffnung der Dampf eine gewisse Geschwindigkeit erlangt. Diese kleine Temperaturänderung teilt sich nämlich den beiden Lötstellen ungleich schnell mit, weil die eine in dem dicken Stahlrohr, die andere in dem messingenen Kompensationsrohr liegt; schließlich tritt wieder Temperatúrausgleich der beiden Lötstellen ein und damit verschwindet der Ausschlag. Auf diese Weise erklärt sich auch ungezwungen die Umkehr der Erscheinung beim Wiederanzünden. Ein Überschlagn über die kleine mögliche Druckdifferenz usw. ergibt zudem eine gleiche Größenordnung wie die beobachtete.

Der *eigentliche Druckversuch* verlief nun folgendermaßen. Sobald die Galvanometerablesungen keinen oder einen unerheblichen Gang zeigen, wird die Skala auf Stromstärken geeicht und darauf der Galvanometergang genügend lange beobachtet. Jetzt wird Druck gegeben. Dies hat zur Folge I. eine temporäre Wirkung, d. h. einen zunächst beträchtlichen Galvanometerausschlag, der sich mit der Zeit verliert, II. eine kleine dauernde Ablenkung bzw. Parallelverschiebung der Gangkurve. Die erste Erscheinung wird ohne Zweifel hervorgerufen durch die von der Druckänderung herrührenden Temperaturänderungen im Paraffinöl, die an der oberen Lötstelle  $\text{MeCu}$  in dem Öl von  $100^{\circ}$  in etwas anderer Größe auftreten als an der unteren. Es wird dies bewiesen sowohl durch den zeitlichen Verlauf der Erscheinung als auch durch die Tatsache, daß die dem Kupfer thermoelektrisch am fernsten stehenden Metalle Bi und Konstantan diesen temporären Einfluß am stärksten zeigen. Nach 20 bis 30 Min. war er unmerkbar klein geworden; es blieb die zweite dauernde Druckwirkung, welche offenbar die gesuchte darstellt. Die durch

Die bedingte Einstellung der Nadel bzw. ihr Gang wird gleichfalls 20 bis 30 Min. weiter verfolgt, um der Konstanz dieser Wirkung sicher zu sein. Allzulanges Beobachten bringt die Gefahr einer allmählichen Änderung des gleichmäßigen Ganges im Galvanometer und Willkür in die graphische Interpolation. Dann wird der Druck entspannt. Die beschriebenen temporären, starken Bewegungen der Nadel laufen jetzt in umgekehrtem Sinne ab; nach ihrem Ablauf folgt die Ablesung der definitiven Einstellungen unter dem Ausgangsdruck. Hieran schließen sich die erneute Eichung der Skala auf Strom und die Widerstandsbestimmung des Thermoelementes. Die Dauer eines solchen Druckversuches beträgt ca. zwei Stunden; um während dieser langen Dauer das Galvanometer vor Störungen zu bewahren, wurde während der späten Abendzeit beobachtet. Folgende Figuren geben ein Bild der Beobachtungen.

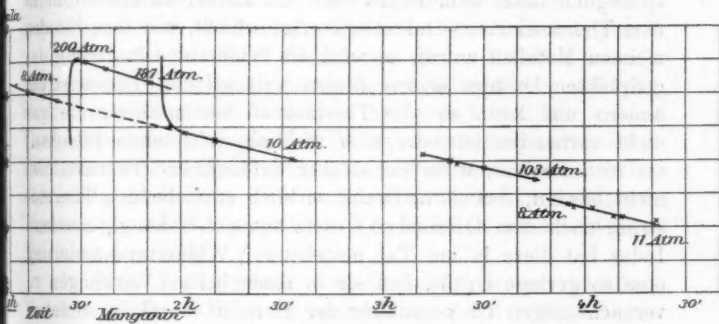


Fig. 4.

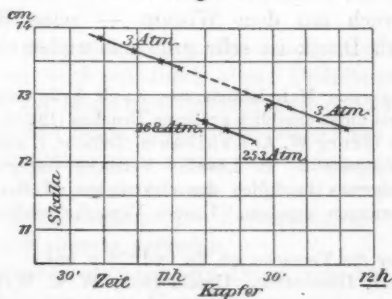


Fig. 5.

Bei der Rückkehr zum Ausgangsdruck zeigte sich nun bei sämtlichen untersuchten Metallen eine völlig genaue Rückkehr zur Ausgangsstellung der Galvanometernadel bzw. ein Gang, welcher als eine gerade Fortsetzung des anfänglichen Ganges erschien. Damit war die gesuchte eindeutige Beziehung zwischen Druck und thermoelektrischem Verhalten auch bei den *festen* Metallen festgestellt; eine dauernde<sup>1)</sup> Änderung durch Druck konnte dagegen nicht gefunden werden.<sup>2)</sup>

Bevor wir die Kontrollversuche mitteilen, welche den Beweis für die Richtigkeit der hier gegebenen Deutung des gefundenen Druckeinflusses erbringen sollen, besprechen wir einige Bedenken bzw. *Fehlerquellen* in der Versuchsanordnung.

Das *erste Bedenken* betrifft die Widerstandsänderung, die Metalle unter Druck erfahren. Eine solche kann zwei Wirkungen auf die Galvanometerangaben ausüben. Wenn ursprünglich unter dem Druck Null ein kleiner Thermostrom in dem Thermoelement-Galvanometerkreis fließt, wie dies bei den meisten Metallen zutraf, so wird die Widerstandsänderung des gedrückten Drahtes *erstens* diesen anfänglichen Thermostrom ändern und kann so eine Thermokraft vortäuschen, die gar nicht vorhanden ist oder eine wirklich auftretende fälschen; sie wird *zweitens*, wenn ein solcher anfänglicher Thermostrom nicht besteht, den unter Druck wirklich entstehenden Thermostrom nach dem Ohmschen Gesetz von sich abhängig machen. Indes hat diese in der Tat bestehende<sup>3)</sup> Widerstandsänderung eine so geringe Größe, daß sie in ihren beiden Wirkungen zu vernachlässigen ist gegenüber der Unruhe der Galvanometernadel. Selbst bei dem in dieser Hinsicht am meisten betroffenen Versuch mit dem Wismut — seine Widerstandsänderung durch Druck ist sehr groß und zudem lag hier der

1) Eine *dauernde* Materialänderung durch hydrostatischen Druck haben, freilich erst unter erheblich größeren Drucken (10 000—20 000 Atm.) W. Spring und Georg W. A. Kahlbaum (Zeitschr. f. anorg. Chem. 29. p. 258. 1902) festgestellt. E. Lisells Versuche dagegen haben bis 2700 Atm., wenigstens bezüglich des elektrischen Widerstandes, *keine* dauernden Änderungen ergeben. Unsere Versuche reichen nur bis zu 300 Atm.

2) Vgl. aber die Versuche am Zn und Cd p. 984.

3) E. Lisell, Dissertation, Upsala 1902; W. E. Williams, Phil. Mag. 13. (6) p. 635. 1907.

weitaus größte Widerstand des Stromkreises im Thermoelement selbst — betrug die Korrektur nur  $\frac{1}{400}$  des beobachteten Thermostromes.

Ein zweites Bedenken liegt versteckter und betrifft die oben erwähnte eventuell sehr hohe Empfindlichkeit der oberen warmen und unteren kalten Lötstelle des gedrückten Drahtes gegen Kupfer auf Temperaturänderungen, die diese Lötstellen in verschiedenem Maße treffen. Die hierdurch entstehenden Thermoströme machten sich, wie erwähnt, im Anschluß an die zum Versuch notwendigen, plötzlich bewirkten großen Druckänderungen bemerkbar. Nun bestand meistens im Drucksystem eine kleine, zeitlich konstante Undichtigkeit, die ebenfalls eine zeitlich konstante Abkühlung der beiden Lötstellen gegen ihre Bäder in verschiedenem Grade zur Folge haben muß: es fragt sich, ob die hierdurch hervorgerufenen Thermoströme eine beobachtbare Größe erreichen. Sie würden überdies die bedenkliche Eigenschaft haben, mit steigendem Druck anzusteigen.

Offenbar wird dieser Einfluß nur an den Metallen bemerkbar werden, die stark thermoelektrisch different gegen Kupfer sind; diese reagieren nun aber auch stark auf die kleinen Temperaturschwankungen der Bäder, veranlassen also größere Galvanometerunruhe im allgemeinen und erschweren die Beobachtung. Ich habe mich trotzdem am Nickel durch folgende Versuche und Überlegungen von der Kleinheit der betreffenden Wirkung überzeugt.

1. Eine Verdoppelung der Undichtigkeit bei gleichem Druck muß deren Wirkung verdoppeln. An dem eigentlichen Druckeinfluß konnte aber keine Änderung hierdurch hervorgerufen werden.

2. Wenn man von höheren Drucken her auf halbem Druck untersucht, so wird ein durch kleine Undichtigkeit bewirkter Druckverlust auf lange Zeit überkompensiert oder ausgeglichen dadurch, daß das beim Expandieren abgekühlte große Druckreservoir allmählich sich wieder auf Zimmertemperatur erwärmt. Ich habe indessen auch nicht bei der auf diese Weise veränderten Druckabnahme pro Zeiteinheit eine Änderung des wahren Druckeinflusses gefunden.

3. Es wurde, nachdem ein Druck von 140 Atm. längere Zeit hindurch konstante Galvanometerangaben ergeben hatte,



eine plötzliche kleine Änderung dieses Druckes hervorgebracht und die darauf folgenden Einstellungen der sehr leichten Nadel beobachtet. Fig. 6 stellt die Beobachtungen dar für  $p = 140$  Atm. und  $\Delta p = 8$  Atm.

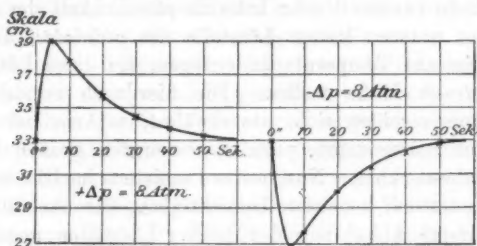


Fig. 6.

Die Kurve ist anzusehen als Ausdruck für die mit der Zeit fortschreitende Ausgleichung einer plötzlichen Temperaturänderung  $\Delta \tau_0$  gegen eine isotherme Umgebung, die durch Zufuhr der Wärmemenge  $Q$  zu einem Körper mit dem Wasserwert  $W$  entstanden ist.  $\Delta \tau_0$  hat sein ungefähres Maß in dem maximalen Ausschlag. Da die Ausgleichskurve leidlich gut durch eine Exponentialfunktion darstellbar ist, so darf das Newtonsche Abkühlungsgesetz als erfüllt angenommen werden. Bedeutet  $c$  die Konstante in diesem Gesetze — die bei 1° Temperaturgefälle zur Umgebung in 1 Sek. abgegebene Wärmemenge —, so lautet die Beziehung des Temperatúrausgleiches ( $\Delta \tau$  Temperaturunterschied gegen die Umgebung,  $t$  Zeit):

$$\Delta \tau = \Delta \tau_0 \cdot e^{-\alpha t},$$

wo

$$\alpha = \frac{c}{W} \quad \text{und} \quad \Delta \tau_0 = \frac{Q}{W}.$$

Dasjenige Temperaturgefälle  $\tau_1$  gegen die Umgebung, das dauernd erhalten werden kann, wenn pro Zeiteinheit im System die Wärmemenge  $q$  entwickelt (oder verbraucht) wird, ist aber

$$\tau_1 = \frac{q}{c} = \left( \frac{q}{Q} \right) \cdot \frac{\Delta \tau_0}{\alpha}.$$

$q/Q$  ist bekannt und gleich der Undichtigkeit (Druckänderung pro Zeiteinheit) dividiert durch die plötzliche Druckänderung  $\Delta p$  zur Herstellung obiger Abkühlungskurve.



In ungünstigen Fällen betrug die Undichtigkeit  
 $= - 0,01 \text{ Atm./Sek.}$

$\alpha$  ergibt sich aus der Kurve  $= 0,05$ .

Folglich findet man

$$\tau_1 = \frac{\Delta \tau_0}{40} = 1,4 \text{ Skt.}$$

Für gewöhnlich war die Dichtigkeit des Apparates erheblich besser und zudem sind die meisten Metalle gegen Cu thermoelektrisch viel indifferenter als Ni. Es sind daher von diesem Einfluß aus keine Fehler in den Versuchsergebnissen zu befürchten.

Ein anderer störender Einfluß machte sich anfänglich geltend, nachdem der Druck entspannt war. Die Galvanometerangaben stimmten häufig nicht mit den zu erwartenden überein, die vor der Druckwirkung bestanden. Es scheint dies von der komprimierten Luft veranlaßt zu sein, die sich bisweilen im oberen Teil des Druckrohres befand und nach der Öffnung des Druckhahnes zur Atmosphäre sich langsam gegen den Widerstand der Kupferkapillaren expandierend das heiße Öl aus dem oberen Teil des Druckrohres nach dem kälteren unteren Teil vor sich herschiebt und auf diese Weise leicht beträchtlichere Temperaturänderungen an den Stellen des Temperaturabfalles am Draht verursachen kann. Abhilfe brachte ein Abschluß des Drucksystems gegen die Atmosphäre, bald nachdem expandiert war.

Im folgenden sind die *Kontrollexperimente* angegeben, die weitere Belege für das tatsächliche Bestehen des gesuchten Druckeinflusses liefern:

1. Seine Proportionalität mit dem Druck.
2. Seine Proportionalität mit der Temperaturdifferenz der Bäder; diese wurde freilich nur für das kleine Intervall  $100^\circ - 80^\circ \text{ C.}$  bei einigen Metallen nachgewiesen. Insbesondere verschwand streng, wenn keine Temperaturdifferenz der Lötstellen bestand, der Druckeinfluß bis zu 300 Atm.
3. Die Übereinstimmung des von uns gefundenen Wertes am Hg mit dem von Des Coudres und Agricola.
4. Die Bestätigung der Werte, die am Cu und Au einzeln (nach Methode II) bestimmt wurden, durch eine Messung an

der Kombination Cu-Au nach Methode I, die wirklich die Differenz jener absoluten Werte lieferte.

Es ergab sich ferner, daß die Messungen, die an demselben Exemplar an verschiedenen Tagen erhalten wurden, zwischen denen der Apparat die Temperatur des Zimmers annahm, miteinander übereinstimmten, sowie daß verschiedene Exemplare aus derselben Drahtsorte (Kupfer) denselben Druckeinfluß zeigten (vgl. die Messungen).

### Messungen.

Im folgenden sind in chronologischer Ordnung die an den einzelnen Metallen ausgeführten Messungen mitgeteilt. Wenn ein Gang in den Galvanometerablenkungen beobachtet wurde, so werden diejenigen Stellungen aufgeführt, welche nach der graphischen Darstellung die geeignetsten waren. Sämtliche Angaben sind schon auf die geeichten Intrumente bezogen.

#### I. Wismut (elektrolytisch).

Bezogen von Hartmann & Braun, Frankfurt, als Draht von 0,30 mm Durchmesser. Wegen der leichten Zerreißbarkeit des Materials wurde der Draht an seinen Enden in dünne Kupferhülsen gelötet, die fest verbunden waren mit einer Messingkappe, welche auf den Glasrohren steckte, in denen der Bi-Draht lag, so daß dieser beim Montieren vor jedem Zug geschützt war. Wegen der Gefahr an der oberen Lötstelle, daß sich eine unter 100° schmelzbare Legierung zwischen Bi und dem Lot bilde, wurde mit Bi selbst verlötet.

Die Bedeutung der Buchstaben über den einzelnen Kolonnen der Tabellen ist folgende:

$t$	die Temperatur in Celsiusgraden der unteren Lötstelle.
$T$	" " " " " oberen " .
$E$	Spannung des Akkumulators in Volt.
$W_G$	Widerstand des Galvanometerkreises in $\Omega$ .
$W_{Th}$	" " Thermoelementes in $\Omega$ .
$P$	Druck im Druckrohr in kg/qcm ( $P = 0$ = gew. Atmosphärendruck).
$S$	die zu $P$ gehörige Einstellung des Galvanometers auf der Skala in Skt.
$x$	der in Fig. 3 gezeichnete Abzweigwiderstand in $\Omega$ ( $W_1 = 10270\Omega$ und $W = 10000\Omega$ ), welcher gemäß einer graphischen Interpolation der Skaleneichung auf Strom für die Galvanometer-einstellung $S$ erlangt wird.

$\frac{\alpha_P - \alpha_0}{P}$  liefert  $\alpha$  pro 1 kg/qcm und damit ein Urteil über die Proportionalität des Druckes mit dem gesuchten Einfluß.  
 $e$  die pro 1 kg/qcm und 1° Temperaturdifferenz der Lötstellen bezogene thermoelektromotorische Kraft in Volt.

Tabelle 1.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$E$ Volt	$P$ kg/qcm	$S$ Skt.	$\alpha$ $\Omega$	$\frac{\alpha_P - \alpha_0}{P} \cdot 10^4$	$e \cdot 10^{12}$ Volt
0	98,5	11,0	28,5	1,99	0	188	16,0		
					254	466	39,2	915	
					287	507	42,2	915	705
0	98,3	11,0	28,5	1,99	0	143	17,75		
					178	378	33,65	922	692
12,7	98,3	11,0	28,70	1,995	0	203	31,3		
					242	450	50,6		715
18,7	98,4	10,92	28,90	2,00	0	—	37,00		
					189	—	50,65	722	
					87	—	43,46	742	711

Der Mittelwert sämtlicher Versuche unter Berücksichtigung ihrer Gewichte ergibt:

$$e = + 707 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

Das positive Vorzeichen soll die Richtung der Thermokraft bezeichnen, die an der wärmeren Lötstelle den Strom vom nicht gedrückten zum gedrückten Metall treibt. Man kann daher auch sagen, der Druck verschiebt das Wismut in der thermoelektrischen Spannungsreihe nach dem Antimon zu.

## II. Konstantan A.

Handelsware, Draht von 1 mm Durchmesser.

Die Einstellungen der Galvanometernadel waren — infolge der hohen thermoelektrischen Differenz des Metalles gegen Kupfer — um ca. 3 mm schwankend.

Ferner zeigte die Beobachtung einen Gang im Thermoelement an, so daß graphisch interpoliert werden mußte. Die Gangkurven zeigten einen sehr befriedigend parallelen linearen Verlauf.

Tabelle 2.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$E$ Volt	$P$ kg/qcm	$S$ Skt.	$\alpha$ $\Omega$	$e \cdot 10^{12}$ Volt
17,0	98,5	10,94	1,33	1,993	0	136,5	4,07	30,9
					271	197,0	1,20	
17,1	98,5	11,00	1,33	2,000	0	156,5	3,68	31,3
					264	214,2	0,88	

Mittelwert:  $+31,1 \cdot 10^{-12}$  Volt.

Ein dritter Versuch, bei dem die Empfindlichkeit des Galvanometers nicht genügend bestimmt worden war, mag wenigstens die Proportionalität des Druckes und der Nadelablenkungen dartun.

Druck $P$ in kg/qcm . .	238	238	121	121
Galv. Ablenkung $\alpha$ in Skt.	47	46,2	23,7	25,5
$P/\alpha$ . . . . .	5,11		4,92	

## III. Kupfer (elektrolytisch).

Bezogen von Hedderheim als Draht von ca. 1 mm Durchmesser. Da in diesem Falle die gesamte Leitung aus Kupfer bestand, so waren dementsprechend nur sehr geringe Störungen bei Druckänderung zu bemerken. Der Gang in den Galvanometerangaben war ebenfalls gering, teils unmerklich.

Tabelle 3.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$E$ Volt	$P$ kg/qcm	$n$ Skt.	$n'$ Skt.	$e \cdot 10^{12}$ Volt
18,2	98,3	10,90	0,33	1,989	222	5,6	19,5	3,6
					267	5,5	19,5	2,9
15,8	98,4	3,27	0,33	1,993	271	9,2	9,4	3,1
					284	8,8	9,1	2,9
16,8	98,5	3,29	0,33	1,989	294	15,2	12,3	3,6

Der Mittelwert ergibt:  $e = +3,2 \cdot 10^{-12}$  Volt.

$n$  bedeutet in allen Tabellen die Anzahl Skalenteile Skalenablenkung, die der Druck  $P$  bewirkt;  $n'$  die Skalenablenkung, wenn in unserer Anordnung zur Messung der (konstanten) Galvanometerempfindlichkeit (vgl. Fig. 3)  $z = 1 \Omega$  war. Zur Berechnung von  $e$  dient folgende Formel:

$$e = \frac{n \cdot (W_G + W_{Th}) E}{n' \cdot (T - t) \cdot P \cdot (10000 + \kappa_1) \cdot 10270}$$

$z_1$  bedeutet die Anzahl  $\Omega$  in der genannten Anordnung für  $z$ , welche dieselbe Einstellung der Nadel bewirkt, wie der mittlere gemessene Druck ( $P/2$ ). Seit dem zweiten Versuch obiger Tabelle waren die Galvanometerspulen parallel verbunden.

#### IV. Gold.

Als chemisch rein bezogen von der Gold- und Silber-Scheideanstalt (vorm. Rössler) Frankfurt a. M. Draht von  $\frac{1}{2}$  mm Durchmesser; ziemlich hart gezogen. Der Gang der Nadel war sehr gering (5 Skt. in 2 Stunden), die Einstellungen ruhig. Die Bezeichnungen sind dieselben wie für Kupfer (elektrolytisch).

Tabelle 4.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$E$ Volt	$P$ kg/qem	$n$ Skt.	$n'$ Skt.	$e \cdot 10^{12}$ Volt
15,5	98,1	3,28	0,54	1,990	266	17,6	12,8	4,63
16,3	98,1	3,28	0,54	1,990	287	18,5	12,4	4,69
16,5	98,1	3,28	0,54	1,990	139	8,8	12,3	4,66
16,8	98,3	3,28	0,54	1,989	286	17,6	12,4	4,50

Der Mittelwert ergibt sich

$$e = + 4,61 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

#### V. Silber.

Als chemisch rein von der genannten Gold- und Silber-Scheideanstalt bezogen. Der Draht hatte einen Durchmesser von  $\frac{1}{2}$  mm und war hart gezogen. Der Gang der Nadel war gering.

Tabelle 5.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$E$ Volt	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$P$ kg/qcm	$n$ Skt.	$n'$ Skt.	$e \cdot 10^{13}$ Volt
14,5	98,7	1,989	3,29	0,46	129	14,5	11,2	8,6
					284	32,3	11,2	8,8
16,0	98,6	1,987	3,30	0,46	288	31,9	11,2	8,7
17,1	98,6	1,987	3,31	0,46	244	25,0	11,4	8,0

Der Mittelwert beträgt:

$$e = + 8,7 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

#### VI. Konstantan B.

Draht von 1 mm Dicke, aus anderem Vorrat als Konstantan A (vgl. Tab. II). Bei diesem Versuch wurde die hohe Empfindlichkeit der Anordnung auf kleine Druckänderungen zum erstenmal wahrgenommen. Eine plötzliche Vermehrung des Druckes um 3 Atm. bewirkte 60 Skt. Ausschlag. Die hohe thermoelektrische Differenz von Konstantan zu Kupfer ist hier maßgebend. — Die Bezeichnungen sind analog denen bei Bi.

Tabelle 6.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$E$ Volt	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$P$ kg/qcm	$S$ Skt.	$\alpha$ $\Omega$	$e \cdot 10^{13}$ Volt
17,1	98,5	1,987	3,28	1,09	0	116,2	3,53	
					260	26,0	10,23	26,8
					0	120	3,25	
					285	23,0	10,40	26,1
17,1	98,5	1,987	3,27	1,09	0	64,5	7,4	
					129	16,5	10,9	28,2
					15	56,2	7,97	
					183	0,8	11,97	24,8
16,8	98,3	1,987	3,27	1,09	0	339	6,1	
					278	238,4	13,0	25,7

Der letzte Versuch zeigt eine weniger befriedigende Regelmäßigkeit des Galvanometerganges; seine Resultate werden darum mit  $\frac{1}{2}$  Gewicht angesetzt. Das Gesamtmittel aller Werte liefert:

$$e = + 26,4 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

## VII. Blei.

Von Kahlbaum, Berlin. Draht von 1 mm Durchmesser. Von hier ab lagen im Galvanometerkreis bei der Empfindlichkeitsbestimmung (Fig. 3)  $5032 \Omega = W_1$  anstatt  $10270 \Omega$  wie bisher.

Tabelle 7.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$E$ Volt	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$P$ kg/qcm	$n$ Skt.	$n'$ Skt.	$e \cdot 10^{12}$ Volt
16,9	98,5	1,987	3,29	1,00	157	13,0	27,2	6,3
					289	21,3	27,2	5,7
					81	4,4	27,2	4,2

Der Mittelwert ist:

$$e = + 5,6 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

## VIII. Nickel.

Bezogen von Kahlbaum, Berlin. Der Draht hatte 1 mm Durchmesser und war sehr hart gezogen.

Tabelle 8.

## Versuch I.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$E$ Volt	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$P$ kg/qcm	$S$ Skt.	$S'$ Skt.	$n'$ Skt.	$e \cdot 10^{12}$ Volt
16,7	98,4	1,985	3,30	0,54	0	344	341,6	24,5	8,46
					137	325,0	326,6		
					250	313,5	313,8		
					246	315,0	314,3		
					139	328,0	326,2		
					0	339,5	341,6		

## Versuch II.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$E$ Volt	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$P$ kg/qcm	$S$ Skt.	$n$ Skt.	$n'$ Skt.	$n''$ Skt.	$e \cdot 10^{12}$ Volt
19,3	98,0	1,983	3,31	0,54	0	352,6		23,4		
					289	313,5	36,5		36,5	
					132	332	15,5		17,3	
					0	340				10,7
					159	319	20,0		20,8	

## Versuch III.

$t$	$T$	$E$	$W_G$	$W_{Th}$	$P$	$S$	$n$	$n'$	$e \cdot 10^{12}$
18,0	98,2	1,983	3,29	0,54	0	343		24	
					280	317	34		9,5
					0	355			

Der Mittelwert ergibt sich für

$$e = + 9,6 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

Im Versuch I bedeuten die Zahlen unter  $S'$  den zum Druck  $P$  proportionalen *linearen* Verlauf der Nadelablenkung, welcher sich den beobachteten Ablenkungen  $S$  möglichst nahe anschließt (entnommen einer graphischen Darstellung von  $P$  und  $S$ ).

Während Versuch II herrschte ein großer Gang, gemäß seiner graphischen Berücksichtigung erhält man die Ablenkungen  $n$  in Skalenteilen für die entsprechenden Überdrucke  $P$ .  $n'$  gibt die ausgeglichenen Ablenkungen für einen dem Druck  $P$  genau proportionalen Verlauf.

$n'$  bedeutet überall das Gleiche wie bei Kupfer (elektrolytisch) (vgl. oben).

Die geringe Übereinstimmung der Resultate in den drei Versuchen entspricht den stark schwankenden Einstellungen der Nadel, die bis zu 10 Skt. innerhalb einer Beobachtungszeit von 20 Min. anstiegen und besonders nach Druckentspannung bemerkbar waren.

Es ist wahrscheinlich, daß außer der an sich großen thermoelektrischen Differenz des Nickels gegen das Kupfer die große Härte und Unhomogenität des Drahtes dies bewirkt hat.



## IX. Eisen.

Gewöhnlicher Draht von 1 mm Durchmesser, weich.

Tabelle 9.

$t$ °C.	$T$ °C.	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$E$ Volt	$P$ kg/qcm	$S$ Skt.	$n'$ Skt.	$e \cdot 10^{12}$ Volt
16,8	98,3	3,27	0,62	1,979	0	179,5	20,7	11,4
					280	214,8		
					0	179,0		13,6
					141	200,0		
16,0	98,2	3,29	0,62	1,98	0	390,0	38	10,7
					288	327,0		
20,6	98,3	3,30	0,62	1,98	0	207,2	10,00	12,9
					278	154,5	11,56	
					0	217,0	9,72	12,3
					298	154,5	11,56	
					142	186,0	10,66	13,2
					0	218,0	9,70	
					0	214,5	9,78	14,7
					131	183,0	10,75	

Der Mittelwert ergibt sich

$$e = + 12,5 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

Beim Eisen wurden einige Versuche angeschlossen über den *Einfluß des Magnetismus auf sein thermoelektrisches Verhalten*. Es kam hierbei zu statten, daß der eine Draht in einem stählernen Rohr, der andere dicht daneben in einem Messingrohr lag, so daß ein magnetisches Feld nur den letzteren im wesentlichen betraf. Ein stählernes hufeisenförmiges magnetisches Magazin genügte für den Versuch. Es zeigte sich dessen Einfluß am stärksten — über 250 mm Nadelablenkung — an den Stellen stärksten Temperaturgefälles am Draht. Nach Entfernung des Magneten kehrte die Nadel fast völlig zu ihrem Ausgangspunkt zurück; in stärkeren Feldern schien sie eine

dauernde Ablenkung zu erleiden. Die Ablenkung fand im gleichen Sinne statt, wenn die Richtung des Feldes senkrecht oder parallel zur Drahtrichtung lief und änderte ihr Vorzeichen nicht, wenn die Pole vertauscht wurden. Die Richtung des Thermostromes lief an der erwärmten Lötstelle vom unmagnetisierten zum magnetisierten Eisen. Der störende Einfluß des Magneten direkt auf die Galvanometernadel bewirkte nur einige Skalenteile.

#### X. Aluminium.

Bezogen von Kahlbaum-Berlin als Draht von 1 mm Durchmesser. Um die Drähte an die Kupferleitungen anzulöten, wurden ihre Enden verkupfert.

Die Einstellungen der Galvanometernadel waren sehr ruhig; ohne diesen glücklichen Umstand würde der sehr kleine Druckeinfluß kaum bemerkt worden sein.

Tabelle 10.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$E$ Volt	$S$ Skt.	$n'$ Skt.	$P$ kg/qcm	$e \cdot 10^{12}$ Volt
16,1	98,0	3,27	0,42	1,979	382,7	26,5	0	0,54
					384,5		224	
16,6	98,1	3,29	0,45	1,98	414,5	38,0	0	0,65
					418,5		290	
					422,5		0	0,57
					426,0		292	
17,4	98,1	3,29	0,45	1,98	422,0	38,0	0	0,59
					425,5		288	

Der Mittelwert ergibt für

$$e = - 0,59 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

#### XI. Magnesium.

Bezogen von Kahlbaum-Berlin als Draht von 1 mm Durchmesser. Wie bei Aluminium wurden die Drahtenden verkupfert, um sie an die Kupferleitung zu löten.

Tabelle 11.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$E$ Volt	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$P$ kg/qcm	$S$ Skt.	$n'$ Skt.	$e \cdot 10^{12}$ Volt
15,1	98,8	1,98	3,29	0,46	3	339	31,2	7,9
					296	297,5		
16,1	98,8	1,98	3,29	0,46	4	323,8	29,5	9,6
					287	279,0		
					6	322,8		
					138	304,8		8,3
					2	317,3		
					128	299,7		8,2
					292	271,2		9,7
								<u><math>S'</math></u>
16,5	98,5	1,98	3,30	0,49	0	354,0	20,8	354,5
					91	344,8		345,0
					194	335,0		334,3
					298	323,8	8,9	324,3
					187	335,4		335,4
					89	345,8		345,4

Der Mittelwert ist:

$$e = - 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

Im letzten Versuch stehen die aus einer linearen Interpolation der  $S$ -Werte im  $S$ - $P$ -Diagramm gewonnenen Zahlen  $S'$ , die sich den  $S$ -Werten am besten anpassen; aus den  $S'$ -Werten ist dann  $e$  berechnet.

## XII. Platin.

Als chemisch rein von Heraeus bezogen. Draht von  $\frac{1}{8}$  mm Dicke; hart gezogen. —  $z'$  bzw.  $S'$  bedeuten möglichst gute lineare Anpassungen an die  $z$ - bzw.  $S$ -Werte.

Tabelle 12.

$t$ °C.	$T$ °C.	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$E$ Volt	$P$ kg/qcm	$S$ Skt.	$\alpha$ beob. $\Omega$	$\alpha'$ ber. $\Omega$	$e \cdot 10^{12}$ Volt
13,6	98,8	3,29	1,31	2,011	0	297,5	0,75	0,72	18,2
					146	255,0	1,96	1,96	
					296	212,0	3,25	3,24	
					135	269,0	1,89	1,86	
					8	316,0	0,74	0,78	
					167	269,5	2,06	2,13	
					8	320,2	0,78	0,78	

$t$	$T$	$W_G$	$W_{Th}$	$E$	$P$	$S$	$S'$	$n'$	$e \cdot 10^{12}$
14,1	98,7	3,30	1,31	2,007	0	331,7	332,2	36,5	19,2
					199	268,0	267,5		
					299	235,5	235,5		
					141	284,3	286,7		
					16	329,0	327,2		17,4
					0	352,0			
					157	306,2			

$t$	$T$	$W_G$	$W_{Th}$	$E$	$P$	$S$	$\alpha$	$e \cdot 10^{12}$
0,0	98,8	3,29	1,26	2,003	0	359,8	0,73	19,1
					216	279,5	2,99	
					4	358,0	0,77	19,1
					219	278,3	3,02	
29,7	98,8	3,32	1,34	2,00	7	357,0	0,81	18,8
					0	481,0	0,18	
28,4	98,8	3,32	1,34	2,00	228	431,5	1,78	19,6
					208	449,5	1,21	
					11	492,1	-0,19	

Der Mittelwert liefert:

$$e = + 18,6 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

## XIII. Palladium.

Als chemisch rein von Heraeus bezogen. Der Draht hatte einen Durchmesser von 0,5 mm und war sehr hart gezogen; deshalb wurde er elektrisch ausgeglüht.

Tabelle 13.

$t$ °C.	$T$ °C.	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$E$ Volt	$P$ kg/qcm	$S$ Skt.	$z$ $\Omega$	$z'$ $\Omega$	$e \cdot 10^{12}$ Volt
19,1	98,6	3,31	1,52	1,99	13	232,5	14,19	14,17	
					144	173,5	15,43	15,45	
					285	100,8	16,87	16,84	23,8
					16	225,8	14,34	14,32	
					260	110,3	16,72	16,75	
0,0	98,7	3,28	1,49	1,99	11	299,2	20,48	—	24,7
					264	360,3	23,73	—	
0,0	98,8	3,28	1,49	1,99	12	305,9	20,83	—	22,7
					167	340,5	22,68	—	
0,0	98,9	3,29	1,49	1,99	9	331,0	20,71	—	23,1
					284	391,5	24,02	—	

Als Gesamtmittel ergibt sich:

$$e = + 23,7 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

## XIV. Zinn.

Von Kahlbaum in Stangenform bezogen. Um es in Draht ausziehen, wurde es geschmolzen in ein erhitztes Glasrohr eingesogen, hierauf durch sehr allmählich sich verengende Lochreihen eines erhitzten Zieheisens gezogen. Dicke  $\frac{1}{3}$  mm.

Tabelle 14.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$E$ Volt	$P$ kg/qcm	$n$ Skt.	$n'$ Skt.	$e \cdot 10^{12}$ Volt
19,9	98,4	3,29	1,14	1,98	174	2,45	22	1,4
16,6	98,2	3,29	1,14	1,98	269	6,6	55	0,96
					253	4,5	55	0,69
16,5	98,1	3,29	1,14	1,98	262	5,0	55	0,75
16,4	98,4	3,29	1,14	1,98	179	5,2	66	0,94

Als Mittelwert ergibt sich:

$$e = - 0,95 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

$n$  bedeutet die Ablenkung der Galvanometernadel, die durch den Überdruck  $P$  über die gewöhnliche Atmosphäre hervorgebracht wurde.  $n'$  hat die übliche Bedeutung.

#### XV. Quecksilber.

Das Hg war im Vakuum destilliert worden. Die beiden mit dem Hg gefüllten Glasrohre hatten ihre untere Zuleitung in eingeschmolzenen Platindrähten. Das Kompensationsrohr war auch oben zugeschmolzen und hatte dort eine Pt-Zuleitung. Das Rohr, welches in dem Stahlrohr dem Druck ausgesetzt wurde, war oben offen, die Zuleitung besorgte hier ein amalgamierter Kupferdraht. Die Durchmesser der Hg-Füllungen waren 2—3 mm.

Tabelle 15.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$E$ Volt	$P$ kg/qcm	$\pi$ $\Omega$	$e \cdot 10^{12}$ Volt
19,1	98,0	3,31	0,63	1,969	10 131	1,51 16,19	236
19,0	98,0	3,30	0,63	1,971	10 292 10 91	1,30 35,29 1,30 10,84	235 235 229
17,6	98,4	3,30	0,63	1,971	10 191	1,29 23,73	235

Der Mittelwert sämtlicher Werte ergibt:

$$e = + 234 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

Des Coudres fand:

$$e = + 203 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

Agricola:

$$e = + 214 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

Diese Verschiedenheit braucht nicht allein in Meßfehlern begründet zu sein, sondern kann auch durch geringe Verunreinigungen veranlaßt worden sein, da Agricola beobachtete, daß Amalgame von 2 Promille Gehalt den Druckeinfluß auf das Dreifache steigern.

#### XVIa. Kupfer.

Gewöhnlicher Leitungsdraht von ca. 0,7 mm Durchmesser. Da Cu in thermoelektrischer und anderer Hinsicht oft sehr verschiedene Qualitäten zeigt, so wurde zum Vergleich mit dem elektrolytischen Material (vgl. oben Nr. III) auch ein gewöhnlicher Leitungsdraht untersucht.

Tabelle 16a.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$E$ Volt	$P$ kg/qcm	$n$ Skt.	$n'$ Skt.	$e \cdot 10^{12}$ Volt
17,4	98,4	3,29	0,39	1,99	216	5,8	15,5	3,1
17,4	98,4	3,29	0,39	1,99	249	6,8	15,0	3,3

Als Mittel ergibt sich:

$$e = + 3,2 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

Bei diesem Versuch wurde das schwerere Gehänge des Panzergalvanometers benutzt, um ruhigere Einstellungen zu erzielen. In der Tat zeigten die beobachteten Einstellungen gegen die interpolierte lineare Kurve Abweichungen von nur 0,1–0,2 Skt., obwohl eine Juliussche Aufhängung nicht benutzt wurde.

An einem anderen Exemplar derselben Kupferdrahtsorte waren die ersten Vorversuche angestellt worden. Da damals noch einige Fehlerquellen störten, insbesondere die Kondensationseinrichtung des ausströmenden Wasserdampfes noch nicht ihre günstige Wirkung auf die Ruhe der Nadel entfaltet hatte,

so begnügte ich mich mit erheblicherer Ungenauigkeit des Resultates. Weil aber dieses Exemplar später (vgl. Nr. XIX) zu dem Kontrollversuch „Au-Ku“ verwandt wurde, so teile ich die an ihm gewonnenen Werte ebenfalls mit.

## XVIb. Kupfer.

Tabelle 16 b.

$T - t$ ° C.	$P$ kg/qcm	$n$ Skt.	$e \cdot 10^{12}$ Volt
82,2	290	7,5	3,2
98,5	284	8	2,9
98,5	296	10,7	3,6
81,9	282	7	
81,9	187	4,2	2,9
81,9	99	2,5	
98,6	292	8,6	2,8
82,4	292	7,7	3,0

Der Mittelwert ergibt:

$$e = + 3,1 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

Die Übereinstimmung mit XVIa ist innerhalb der Meßfehler.

## Cadmium und Zink.

Diese beiden chemisch nahe verwandten Metalle, die beide durch grobe kristallinische Struktur auffallen, zeigten gegenüber allen anderen untersuchten ein *besonderes Verhalten* unter Druck. Die durch diesen hervorgerufene Thermokraft erreichte nicht sogleich, bzw. nach Ablauf der sekundären Einwirkungen, die sich an jede Druckänderung anschließen, ihren definitiven Betrag, sondern allmählich nach einigen Stunden; ebenso langsam verschwand der einmal erreichte Betrag, nachdem der Druck aufgehoben war, und zwar völlig, so daß der Ausgangswert wieder erreicht wurde.



In Rücksicht auf dies eigenartige Verhalten sind von besonderer Wichtigkeit die ebenfalls besonderen Bedingungen, unter denen gerade diese beiden Metalldrähte hergestellt und untersucht werden mußten. Die Herstellungsweise war die unter Zinn erwähnte; sie schloß eine geringe Oxydbildung nicht aus. (Das Ausgangsmaterial stammte von Kahlbaum.) Doch scheint eine wesentliche Verunreinigung hierdurch nicht entstanden zu sein, da die beiden Drähte thermoelektrisch eine sehr gute Übereinstimmung zeigen mit dem Material, das in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt von Jäger und Diesselhorst<sup>1)</sup> benutzt worden war; vgl. Tab. 21.

Eine Folge der schwierigen Herstellung war, daß wir nicht Drähte von genügender Länge (2 m) erhielten, um die beiden Drähte im Druck- und Kompensationsrohr aus demselben Stück zu nehmen. Es zeigte sich daher zwischen den beiden benutzten Exemplaren eine erhebliche ursprüngliche Thermokraft, welche es nötig machte, die große Nadelablenkung durch den Astasierungsmagneten zu kompensieren.

Ich habe mich aber vergeblich bemüht, den oben geschilderten abnormen Druckeinfluß auf diese Besonderheiten zurückzuführen: weder Inhomogenität der Drähte und entsprechender Thomsons Effekt, noch Peltierwärmen in den Lötstellen (vermöge des zwar erheblicheren, aber in bezug hierauf immer noch sehr kleinen Thermostromes) können zur Aufklärung des Verhaltens herangezogen werden. Es bleibt nur anzunehmen, daß wirklich der Druck seine thermoelektrisch wirkenden Änderungen in beiden Metallen unter den obwaltenden Temperaturen *langsam* zustande bringt, etwa, indem er die kristallinische Anordnung allmählich ändert. Eine Stütze findet unsere Annahme in dem beim Zink bekannten merkwürdigen Verhalten, in der Nähe von 100° seinen kristallinen Bau so auffallend zu verändern, daß es bald spröde und brüchig, bald wieder geschmeidig und dehnbar wird, in welchem letzterem Zustande es auch von uns zu Draht gezogen werden konnte.

1) W. Jäger u. H. Diesselhorst, Wissenschaftl. Abhandlungen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt 3. p. 424. 1900.

## XVII. Cadmium.

Tabelle 17.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$W_G$ $\Omega$	$W_{TA}$ $\Omega$	$E$ Volt	$P$ kg/qcm	$\alpha$ $\Omega$	$e \cdot 10^{12}$ Volt
20,3	98,6	3,31	0,87	1,95	14	99,18	37,3
					175	102,12	
18,2	98,8	3,30	0,87	2,00	29	98,19	39,8
					217	101,80	
18,9	98,9	3,30	0,87	2,00	23	97,10	34,8
					202	100,10	
19,9	98,9	3,31	0,87	2,00	18	95,11	32,1
					103	96,41	
19,8	98,8	3,31	0,87	2,00	22	94,15	36,8
					262	98,41	

Als Mittelwert ergibt sich:

$$e = + 36,3 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

Die Proportionalität der Thermokraft mit dem sie erzeugenden Druck ist innerhalb der Fehler der Einzelresultate

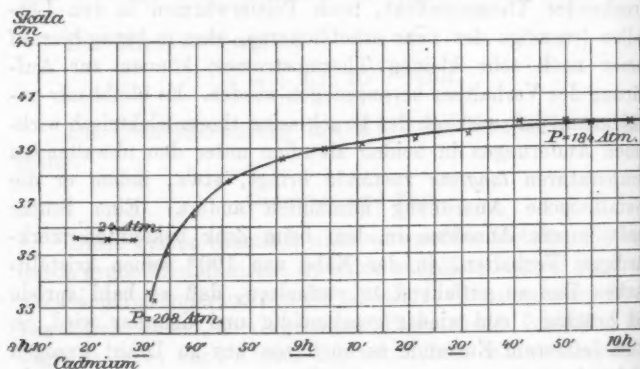


Fig. 7.

gewahrt. Unter Berücksichtigung der langen Dauer eines ganzen Versuches von 5–6 Stunden, innerhalb deren sich die Nadeleinstellung, die Temperatur der Bäder usw. änderten,

auf welche letztere wieder der große ursprüngliche Thermostrom zwischen den beiden Drähten stark reagiert, kann die Übereinstimmung der Einzelwerte als wohl befriedigend bezeichnet werden. Die Kurve in Fig. 7 zeigt den zeitlichen Verlauf der Druckeinwirkung; ca.  $2\frac{1}{2}$  Stunden nach Änderung des Druckes um 240 Atm. wird die erzeugte Thermokraft merklich konstant.

Es verdient bemerkt zu werden, daß die ursprüngliche Thermokraft zwischen den beiden Drähten — auf gleichen Druck und gleiche Temperaturdifferenz der Lötstellen bezogen — im Verlauf aller Versuche, die sich über ca. 1 Woche erstrecken, eine deutliche gleichmäßig fortschreitende Verkleinerung um ca. 3 Proz. zeigt, weil diese Erscheinung ebenfalls auf eine instabile Modifikation des Metalles hindeutet und eine Stütze für unsere obige Anschauung bietet über die zeitlich allmähliche Einwirkung des Druckes.

## XVIII. Zink.

Tabelle 18.

$t$ °C.	$T$ °C.	$W_{Th}$ $\Omega$	$W_G$ $\Omega$	$E$ Volt	$P$ kg/qcm	$z$ $\Omega$	$e \cdot 10^{12}$ Volt	
17,0	98,3	0,70	3,30	1,98	86	2,04	46	I
17,2	98,4	0,70	3,30	1,98	133	3,60	52	II
18,0	98,0	0,70	3,30	1,98	10	71,00	67	III
					106	67,70		
19,0	98,0	0,70	3,30	1,98	14	68,30	59	IV
					252	61,26		
18,0	98,0	0,70	3,30	1,98	20	69,58	55	V
					105	67,18		

Als Mittelwert ergibt sich aus den am besten verlaufenen beiden letzten Versuchen

$$e = + 57 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

Die Versuche I und II verliefen weniger regelmäßig als die folgenden. Unter  $P$  und  $z$  sind bei I und II gleich die Differenzen der Drucke und der zugehörigen Widerstände in der immer benutzten Nebenschlußschaltung angegeben,

während bei den übrigen Versuchen die zu den Einzeldrucken  $P$  gehörigen Widerstände selbst in der betreffenden Schaltung verzeichnet sind.

Aus IV und V folgt Proportionalität zwischen Druck und Thermokraft. Eine 7 Stunden währende Beobachtung der Wirkung eines Druckes von 100 Atm. zeigte, daß nach ca. 4 Stunden merkliche Konstanz der Wirkung eintrat.

Um die Natur der merkwürdigen langsam sich herstellenden Einwirkung des Druckes auf die Thermokraft zu prüfen, wurde ein Versuch gemacht, bei dem die obere Lötstelle statt auf Siedetemperatur des Wassers, in die tiefere Temperatur von  $66^\circ$  gebracht wurde mittels Dämpfen siedenden Methylalkohols. Wenn der Druck eine allmähliche Umwandlung des Kristallcharakters im Zink zur Folge hat, wie wir oben annahmen, so ist es wahrscheinlich, zumal Zink in der Nähe von  $100^\circ$  seine physikalische Natur so stark ändert, daß sowohl die Dauer als die Größe jener Umwandlung eine Abhängigkeit von der Temperatur zeigen würde. Folgende Tabelle enthält die Versuchsergebnisse:

Zink bei tieferer Temperatur.

Tabelle 18a.

$t$ °C.	$T$ °C.	$W_{Th}$ $\Omega$	$W_G$ $\Omega$	$E$ Volt	$P$ kg/qcm	$z$ $\Omega$	$k \cdot 10^5$	$e \cdot 10^{11}$ Volt
20,0	66,0	0,68	3,30	1,97	7	38,22	1167	39,4
					194	35,94		
					191	35,97	1174	
					7	38,13		

Die durch 1 kg/qcm bei  $1^\circ$  Differenz der Temperaturen der Lötstellen erzeugte Thermokraft ist

$$e = +39 \cdot 10^{-11} \text{ Volt.}$$

Unter  $k$  ist die auf eine Atmosphäre reduzierte Abnahme von  $z$  aufgeführt. Aus ihrer Konstanz bei Druckzu- und -wiederabnahme erkennt man die genaue Reversibilität der Druckwirkung. Die Größe der erzeugten Thermokraft pro  $1^\circ$  und 1 Atm. ist bei der zuletzt angewandten niederen Tempe-

ratur der oberen Lötstelle ( $66^{\circ}$ ) in der Tat wesentlich kleiner als bei der früheren ( $98^{\circ}$ ).

Diese starke Änderung der durch den Druck erzeugten Thermokraft um fast den doppelten Betrag mit steigender Temperatur, deutet wohl darauf hin, daß mit steigender Temperatur große Veränderungen im Metall stattfinden. Was die zeitlichen Änderungen der Thermokraft unter konstantem Druck betrifft, so lehrt der Versuch, daß die definitive Druckwirkung bei der tieferen Temperatur schon nach Ablauf von etwas geringerer Zeit statt hat, als bei  $98^{\circ}$  dazu nötig waren. Je mehr man sich also von der die Umwandlungen im Zink begünstigenden Temperatur entfernt, desto schneller stellt sich die definitive Einwirkung des Druckes her, desto normaler verhält sich das Metall. Hierdurch scheint sich ein Bedenken zu zerstreuen, das aus Lisells Untersuchung über den Druckeinfluß auf den elektrischen Widerstand der Metalle gegen unsere Beobachtung einer allmählich sich herstellenden Druckwirkung sich geltend machen ließe. Lisell hat auch Zn bis 300 Atm. untersucht und wie bei sämtlichen Metallen keine zeitlichen Änderungen unter konstantem Druck beobachtet. Da nun — worauf unten p. 997 genauer eingegangen wird — nach den Anschauungen der Elektronentheorie der Metalle Thermokraft und elektrisches Leitvermögen miteinander verknüpft sind, so hätte auch das Leitvermögen eine zeitlich sich allmählich herstellende Druckwirkung zeigen sollen. Indes hat Lisell bei Zimmertemperatur gemessen; bei dieser scheint demnach (in Übereinstimmung mit unserem zuletzt mitgeteilten Versuch) der zeitliche Ablauf mindestens so schnell zu erfolgen, als Zeit nötig ist, um die sekundären, die Messung störenden Temperatureinflüsse ablaufen zu lassen (ca.  $\frac{1}{2}$  Stunde). Eine Untersuchung des Druckeinflusses auf das Leitvermögen bei  $100^{\circ}$  würde bei Zn in diesem Zusammenhange Interesse bieten. — Die mitgeteilten Beobachtungen am Cd und Zn legen die Vermutung nahe, daß diese Metalle bei ca.  $100^{\circ}$  unter konstantem Druck auch bezüglich des Volumens eine Nachwirkung zeigen werden.

#### XIX. Gold-Kupfer.

Der oben p. 957 beschriebene Kontrollversuch wurde an den unter Nr. IV und XVI untersuchten Exemplaren aus-

geführt, da die Messungen der thermoelektrischen Kräfte zwischen allen untersuchten Drähten ergeben hatten (vgl. p. 992), daß diese beiden Metalle sich thermoelektrisch fast indifferent gegeneinander verhielten. Freilich war auch nur eine kleine *Differenz* des Druckeinflusses — welche Methode I allein mißt — auf die Stellung der beiden Metalle in der thermoelektrischen Reihe zu erwarten:

$$= + (4,6 - 3,2) \cdot 10^{-12} \text{ Volt} = + 1,4 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

Tabelle 19.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$E$ Volt	$P$ kg/qcm	$n$ Skt.	$n'$ Skt.	$e \cdot 10^{12}$ Volt
18,8	98,5	3,28	0,40	1,96				
					165	6,0	33,6	1,94
16,9	98,3	3,29	0,40	1,96				
					162	5,5	31	1,93
					155	5,5	31	2,02

Der Mittelwert beträgt:

$$e = + 1,9 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

Die Übereinstimmung mit dem oben berechneten Wert ist in Anbetracht seiner Kleinheit genügend gut, so daß in ihr eine gegenseitige Bestätigung der beiden Untersuchungsmethoden vorliegt.

#### XX. Manganin.

Käuflicher Draht von 1 mm Durchmesser. Wegen seiner großen Härte wurde er elektrisch ausgeglüht. Benutzt wurde, wie bei Kupfer XVI, das schwerere Magnetgehänge.

Tabelle 20.

$t$ ° C.	$T$ ° C.	$W_G$ $\Omega$	$W_{Th}$ $\Omega$	$E$ Volt	$P$ kg/qcm	$n$ Skt.	$n'$ Skt.	$e \cdot 10^{12}$ Volt
16,6	98,5	3,27	1,26	1,99	182	12,3	17,5	8,4
15,9	98,4	3,26	1,26	2,00	179	12,9	17,9	8,8
16,4	98,3	3,27	1,26	1,99	92	5,7	17,2	7,9

Als Mittelwert ergibt sich für

$$e = - 8,5 \cdot 10^{-12} \text{ Volt.}$$

Die Stellung der untersuchten Metalle in der thermoelektrischen Spannungsreihe.

Diese Untersuchung war gefordert einmal, um das Material der verwendeten Drähte thermoelektrisch zu definieren und dann auch deshalb, weil sich möglicherweise eine Beziehung erwarten ließ zwischen dem gegenseitigen thermoelektrischen Verhalten und dem Einfluß des Druckes darauf.

Zur Messung der thermoelektrischen Kraft  $e$  zwischen den einzelnen Drähten bediente ich mich der Kompensationschaltung Fig. 8. Die Spannung  $E$  des Akkumulators wurde an dem Präzisionsvoltmeter gemessen.  $W_1$  und  $W_2$  sind einem Präzisionsrheostaten von Edelmann entnommen. Als Galvanometer diente ein Deprez-d'Arsonval-Instrument von Siemens & Halske von 1000  $\Omega$  innerem Widerstand und einer Empfindlichkeit von  $1 \cdot 10^{-9}$  Amp. pro Skt. Die Drähte wurden in zwei Gruppen nach Methode I (p. 956) in dem

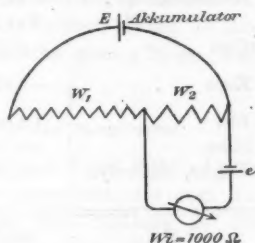


Fig. 8.

dort beschriebenen Strahlrohr und in der angegebenen Weise montiert, durch Glasrohre gegenseitig isoliert und *sämtlich gegen Kupfer Nr. XVI geprüft*. Die Temperatur der oberen Lötstellen war stets die Siedetemperatur des Wassers. Dagegen konnte die Temperatur des unteren Wasserbades variiert werden. Um hier Temperaturen von  $40-66^\circ \text{C.}$  zu erhalten, habe ich mich mit großem Vorteil der Heizung durch gewöhnliche Glühlampen bedient, die mit der Glasbirne nach unten *fast vollkommen* in das Wasserbad eingetaucht werden. (Man muß sich aber davor hüten, die metallene Fassung der Birne mit einzutauchen, damit nicht von dieser die hohe elektrische Spannung der städtischen Leitung auf Apparat und Galvanometer übergeht.) Auf diese Weise lassen sich mit Leichtigkeit unter stetem Rühren des Elektromotors Temperaturen bis  $66^\circ$  und höher in dem 12 Liter haltenden Bad halbe Stunden lang auf zehntel Grade konstant erhalten. Die benutzten Thermometer waren verglichen mit einem Präzisionsthermometer, das von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt geeicht war. —

## Thermokraft der untersuchten Metalle gegen Kupfer, XVI.

Tabelle 21.

	1	2	3	4
$T$	98,3°	98,2°	Material der P.-T. R.	
$t$	0,0°	42,8°		
$\frac{T+t}{2}$	49,2°	70,5°	18°	100°
	Mikrovolt	Mikrovolt	Mikrovolt	Mikrovolt
Konstantan A . .	+42,21	+43,9	+39,2	+45,3
„ B . .	+41,16	+42,8		
Gold . . . . .	-0,05	-0,03	0	0
Eisen . . . . .	-9,87	-8,98	{ -11,1 - 8,4	-7,6 unrein -5,5 reiner
Blei . . . . .	+3,09	+3,28	+ 2,9	+3,4
Silber . . . . .	+0,10	+0,14	0	+0,2
Kupfer, elektrolyt.	+0,18	+0,19	—	—

	98,5°	98,5°	Material der P.-T. R.	
$T$	98,5°	98,5°		
$t$	0,0°	47,4°		
$\frac{T+t}{2}$	49,3°	73°	18°	100°
Nickel . . . . .	+22,60	+23,7	+22,3	+25,1
Aluminium . . . .	+ 3,56	+ 3,70	+ 3,2	+ 3,7
Platin . . . . .	+ 7,58	+ 8,30	+ 6,1	+ 8,8
Magnesium . . . .	+ 3,83	+ 3,53	—	—
Zinn . . . . .	+ 3,28	+ 3,54	+ 2,6	+ 3,5
Palladium . . . .	+10,50	+11,4	+11,5	+14,9
Zink . . . . .	- 0,22	- 0,37	{ + 0,9 - 0,1	+ 0,4 unrein - 0,6 rein
Cadmium . . . .	- 1,46	- 2,09	- 0,6	- 2,3

	49°		18°	100°
$\frac{T+t}{2}$	49°		18°	100°
Wismut . . . . .	+80		+73,8	+71,0
Quecksilber . . . .	+ 7,21		—	—
Manganin . . . . .	- 0,48		+ 1,6	+ 1,4
$\left(\frac{T'+t}{2} = 60^\circ\right)$				



Die vorstehende Tab. 21 enthält die Messungen unter Spalte 1 und 2 bei den Temperaturen  $T$  und  $t$  der oberen bzw. unteren Lötstelle. Die angegebenen Thermokräfte beziehen sich also auf die mittleren Temperaturen  $\frac{T+t}{2}$ . Zum Vergleich sind aus der Arbeit von Jäger und Diesselhorst<sup>1)</sup>, unter Spalte 3 und 4 die betreffenden Thermokräfte *ebenfalls gegen Kupfer* für  $18^\circ$  und  $100^\circ$  angegeben.

Der Vergleich unserer Resultate mit denen der Reichsanstalt lehrt, daß sowohl der Größe der thermoelektrischen Kraft nach als auch in bezug auf deren Abhängigkeit von der Temperatur in beiden Fällen ähnliches Material vorlag. Palladium und Manganin machen hiervon eine geringfügige Ausnahme.

#### Vergleichende Zusammenstellung der Messungen.

In der folgenden Haupttabelle 22 sind die in dieser Arbeit untersuchten Metalle in einer Reihe angeordnet, die nach zunehmendem Einfluß des Druckes auf ihre Stellung in der thermoelektrischen Spannungsreihe fortschreitet. Spalte 1 enthält die betreffende thermoelektrische Kraft  $e \cdot 10^{12}$  Volt bezogen auf  $1^\circ$  Temperaturdifferenz der Lötstellen, sowie auf den Druck von  $1 \text{ kg/qcm}$ . Das positive Vorzeichen soll anzeigen, daß die geweckte Thermokraft den Strom in der erwärmten Lötstelle vom nicht gedrückten zum gedrückten Metall treibt oder auch, daß der Druck das Metall in der Spannungsreihe nach Antimon verschiebt.

Wenn wir diese Zahlen, wie sie unmittelbar der Versuch liefert, ohne Korrekturen im Hinblick auf speziellere Vorstellungen über den Mechanismus der Thermokraft, miteinander vergleichen, so zeigt sich folgendes:

1. Seinem extremen Charakter entsprechend erfährt Wismut den größten Druckeinfluß; Quecksilber steht an zweiter Stelle. Die übrigen Metalle zeigen einen sehr verschiedenen Einfluß; bei einigen verschwindet er fast ganz.

2. Das Vorzeichen des Einflusses zeigt bei den meisten Metallen eine Verschiebung durch Druck nach Antimon an

1) W. Jäger u. H. Diesselhorst, Wissenschaftl. Abhandlungen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt 3. p. 424. 1900.

Tabelle 22.

	1	2	3	4	5	6	7	8
	Thermokraft unter Druck $e \cdot 10^8$ Volt (58°)	Thermokraft gegen Kupfer Mikrovolt (60°)	Kom- pressi- bilität $\frac{d^2}{v} \cdot 10^7$ (18°)	Elektronen- dichte $\frac{dN}{N} \cdot 10^7$ (58°)	Druckeinfluß auf die elektr. Leitfähigkeit $\frac{d(NI)}{NI} \cdot 10^7$ (18°)	freie Weglänge $\frac{dl}{l} \cdot 10^7$ (ca. 38°)	Zahl der Elektronen im Gramm $\left(\frac{d^2}{v} + \frac{dN}{N}\right) 10^7$	$\frac{dl}{l}$ $\frac{dI}{I} \cdot \frac{dv}{v}$
Mg . . . . .	8,9	+ 3,4	29	- 1,02	- 19	- 18	- 30	- 6,7
Manganin . . . . .	- 8,5	- 0,5	8,1	- 0,98	- 19	- 18	- 9,1	+ 6,7
Sn . . . . .	- 0,95	+ 3,4	19	- 0,11	- 44 <sup>2)</sup>	- 44	- 19,1	- 9,4
Al . . . . .	- 0,59	+ 3,6	14	- 0,07	+ 21,2	+ 20,8	- 14,0	- 8,4
Cu . . . . .	8,2	0	7,4	+ 0,37	+ 21,2	+ 20,8	- 7,0	- 8,4
Cu (elektrolyt.) . . . . .	+ 3,2	- 0,19	7,4	+ 0,37	+ 21,2	+ 20,8	- 5,8	- 8,4
Au . . . . .	+ 4,6	- 0,04	6,3	+ 0,53	-	-	- 23,3	- 18
Pb . . . . .	+ 5,6	+ 3,2	24	+ 0,65	+ 148	+ 147	- 8,6	- 12
Ag . . . . .	+ 8,7	+ 0,12	9,6	+ 1,0	+ 38	+ 37	- 4,5	- 8
Ni . . . . .	+ 9,6	+ 23,2	5,6	+ 1,10	+ 15,7	+ 14,6	- 4,6	- 13
Fe . . . . .	+ 12,5	- 9,4	6,0	+ 1,44	+ 19	+ 16,9	- 3,0	- 1,5
Pt . . . . .	+ 18,6	+ 7,9	4,0	+ 2,14	-	-	- 3,0	- 1,5
Pd . . . . .	+ 23,7	+ 11,0	5,6	+ 2,6	-	-	- 3,0	- 1,5
Konstantan A . . . . .	+ 31,1	+ 43,1	6,3	+ 3,58	+ 6,4	+ 3,1	- 3,0	- 1,5
Konstantan B . . . . .	+ 26,4	+ 42,0	6,3	+ 3,04	-	-	- 16,8	- 11
Cd . . . . .	+ 36,3	- 1,8	21	+ 4,17	-	-	- 12,4	- 23
Zn . . . . .	+ 40 <sup>1)</sup>	- 0,30	17	+ 4,6	+ 65	+ 60	- 12	- 23
Hg . . . . .	+ 234	+ 7,2	39	+ 26,9	+ 323 <sup>3)</sup>	+ 298	- 51	+ 27
Bi . . . . .	+ 707	+ 80	30	+ 81,3	- 187 <sup>3)</sup>	- 268	-	-

- 1) Für Zn wurde der kleinere Wert gewählt; vgl. die Versuche Tab. 18a.  
 2) Nach W. E. Williams' von Röntgen veranlaßten Versuchen, l. c.  
 3) De Forest Palmer, Amer. Journ. of Science 4. p. 1. 1897.

(+ Vorzeichen); nur einige — diese aber mit Sicherheit — werden nach Wismut verschoben. Es ist darum wohl möglich, daß es Metalle gibt, die durch Druck streng keinen Einfluß erfahren, vgl. Al und Sn.

3. Von kleinen *Verunreinigungen* scheint der Druckeinfluß auf die Thermokraft nicht abzuhängen, wie die Übereinstimmung des Wertes für elektrolytisches Kupfer mit dem für gewöhnliches Kupfer beweist. Selbst bei der Legierung Konstantan zeigen die beiden verschiedenen Sorten *A* und *B* eine genügend gute Übereinstimmung (vgl. dagegen Agricolas Resultate an verdünnten Amalgamen).

4. Es fällt auf, daß *chemisch-verwandte* Metalle in unserer Reihe benachbart stehen. Dies trifft zu für:

Ag—Au—Cu, Ni—Fe, Pt—Pd, Cd—Zn—Hg.

5. Die beiden *Legierungen* Konstantan und Manganin zeigen kein besonderes Verhalten, sondern stehen zwischen den reinen Metallen. Der Einfluß auf Konstantan ist größer als auf die Komponenten dieser Legierung.

Die Bemerkungen unter 3. und 4. regen dazu an, den soeben besprochenen Druckeinfluß auf die Thermokraft mit anderen Eigenschaften der Metalle, insbesondere mit ihrer Stellung untereinander in der *thermoelektrischen Spannungsreihe* in Vergleich zu setzen.

6. Spalte 2 liefert die diesbezüglichen Werte aus Tab. 21 auf Cu bezogen und für die mittlere Temperatur der Lötstellen von 60° umgerechnet. Auffallend ist bei diesem Vergleich (Spalte 1 und 2) die *völlige Beziehungslosigkeit* sowohl der absoluten Größe der Beträge nach, wie auch bezüglich des Vorzeichens. Ni und Fe z. B. sind in bezug auf den Druckeinfluß Nachbarn, thermoelektrisch sind sie sehr different. Umgekehrt erfahren Nachbarn in der thermoelektrischen Reihe wie Hg und Pt einen 12fach verschiedenen Druckeinfluß auf diese ihre Stellung. Es besteht also keine Beziehung, wie sie zu vermuten wäre, etwa derart, daß ein Metall um so weniger gegen Antimon durch Druck verschoben würde, je näher es bereits dem Antimon steht.

Eine andere Folgerung läßt sich ziehen beim Vergleich von Spalte 1 und 2, die die *Verwendbarkeit gewöhnlicher Thermoelemente* — geeigneten Materiales mit hoher Thermokraft —

zur Temperaturmessung unter hohem Druck betrifft.<sup>1)</sup> Es zeigt sich nämlich, daß bei den wirksamsten und gebräuchlichsten Kombinationen, z. B. Eisen—Konstantan oder Eisen—Nickel, die Thermokraft unter einem Druck von 1000 Atm. sich nur um  $\frac{1}{3000}$  bzw.  $\frac{1}{10000}$  ihres Wertes ändert. (Diese kleine Korrektion ließe sich übrigens experimentell auf folgende Weise umgehen, wenn man den Fall hat, daß die eine Lötstelle sich unter Druck auf einer unbekannten und zu messenden Temperatur, die andere Lötstelle druckfrei auf einer Normaltemperatur sich befindet. Man braucht nur diese letztere soweit zu verändern, bis der Thermostrom verschwindet, dann zeigt sie die unbekannte Temperatur an.)

7. Ein Vergleich des Druckeinflusses auf die Thermokraft (Spalte 1) mit der *Kompressibilität* der Metalle, die sich unter Spalte 3 nach E. Grüneisens<sup>2)</sup> Zusammenstellung (hier auf 1 kg/qcm reduziert) findet, zeigt keine einfachen Beziehungen zwischen beiden. Reduziert man etwa den Druckeinfluß auf gleiche Volumänderung der Metalle, so ergibt sich keine einleuchtende Gesetzmäßigkeit in der Reihe. —

8. Ein Vergleich unserer Messungen mit dem von E. Cohn<sup>3)</sup> untersuchten *thermoelektrischen Verhalten der Metalle unter Längszug* innerhalb der Elastizitätsgrenze ist leider nur qualitativ möglich, da Cohn absolute Werte nicht gewann. Er hat an Fe, Pd, Pt, Cu, Ag, Zn seine Versuche gemacht, die bei den vier letzten Metallen einen sehr kleinen, bei Pd einen viel größeren, bei Fe einen in komplizierterer Weise von der Vorgeschichte der elastischen Beanspruchung abhängigen Einfluß ergaben, welcher mit Ausnahme des Zn eine solche Richtung hatte, daß der durch Zug hervorgerufene Thermostrom in der erwärmten Lötstelle vom gedehnten zum nicht gedehnten Draht floß. Da die Deformation durch Zug eine *Volumvergrößerung* in sich schließt, so würde es nach unseren Versuchen möglich sein, bei allen Metallen mit Ausnahme des Zn

1) Vgl. eine solche Anwendung von Pt- und PtRh-Elementen von G. Tammann: „Über den Einfluß des Druckes auf den Schmelzpunkt des Zinns und Wismuts,“ *Zeitschr. f. anorgan. Chem.* **40.** p. 56. 1904; desgl. bei W. E. Williams, l. c.

2) E. Grüneisen, *Ann. d. Phys.* **26.** p. 398. 1908.

3) E. Cohn, *Wied. Ann.* **6.** p. 385. 1879.

den durch Zug geweckten Thermostrom als allein von jener Volumänderung herrührend anzunehmen, falls man sich auf die Erklärung des Vorzeichens beschränkt. Da das flüssige Quecksilber einen so bedeutenden Druckeinfluß bei unseren Versuchen zeigt, so wäre eine solche Annahme durchaus nicht abzuweisen. Von Experimenten in dieser Richtung hängt die Entscheidung der Frage ab, ob auch die dem festen Aggregatzustand allein mögliche Deformation der reinen Scherung thermoelektrisch wirksam wird.

Wenden wir uns nun zu einer Betrachtung unserer Versuchsergebnisse (Spalte 1) an Hand der *Elektronentheorie der Metalle*, wie sie im Anschluß an E. Rieckes und P. Drudes grundlegende Arbeiten von H. A. Lorentz<sup>1)</sup> am eingehendsten durchgearbeitet worden ist, so bleiben wir uns des hypothetischen Inhaltes des folgenden wohl bewußt. Diese Theorie macht bekanntlich die Voraussetzung, daß in einem Metall freie negative Elektronen zwischen den Körpermolekülen vorhanden sind, die im Temperaturgleichgewicht mit diesen stehen, und daß auf deren Zusammenstöße die Anschauungen der kinetischen Gastheorie, insbesondere das Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilungsgesetz, anwendbar sind. Auf Grund dieser Annahmen erlaubt die Elektronentheorie die elektromotorische Kraft  $\epsilon$  eines Thermoelements pro 1° C. aus dem Verhältnis der Anzahl  $N$  von freien Elektronen, die im ccm der beiden Metalle 1 und 2 enthalten sind, nach folgender einfacher Formel zu berechnen:

$$\epsilon = \frac{2\alpha}{3e} \log \text{nat} \frac{N_1}{N_2}.$$

$\alpha$  bedeutet hier die mittlere kinetische Energie der fortschreitenden Bewegung, die pro Grad Celsius in jedem Teilchen enthalten ist, das im Temperaturgleichgewicht mit seiner Umgebung ist.  $e$  ist das elektrische Elementarquantum. Nach Planck<sup>2)</sup> haben diese beiden universellen Konstanten folgende Werte:

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-16} \text{ Erg/Grad,}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-20} \text{ absol. elektromagn. Einheiten.}$$

1) H. A. Lorentz, „The motion of electrons in metallic bodies.“ Kon. Ak. v. Wetensch. te Amsterdam 1905.

2) M. Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, Leipzig 1906. p. 162.

Bezieht man sich auf Volt und auf den Fall sehr kleiner Werte von  $e$ , der uns hier interessiert, so erhalten wir:

$$e \cdot 1,15 \cdot 10^4 = \frac{N_1 - N_2}{N_2} = \frac{dN}{N}.$$

Wenden wir diese Formel auf unsere Versuche an, so liefert sie uns die Kenntnis, um wieviel verhältnismäßig durch Druck in einem Metall die Anzahl der freien Elektronen sich *im ccm* ändert. In Spalte 4 sind diese Werte berechnet pro 1 kg/qcm (sie sind offenbar proportional mit den Zahlen der Spalte 1). Das positive Vorzeichen bedeutet eine Vermehrung der Elektronendichte durch Druck.

Würde diese bei allen Metallen positiv und gleich der Vermehrung der *ponderabeln* Dichte sein, wie sie unter Spalte 3 aufgeführt ist — was keineswegs zutrifft —, so würde daraus folgen, daß der Druck die Anzahl der freien Elektronen *pro Atom oder Gramm* des betreffenden Metalles *nicht* ändert. Die wirkliche relative Änderung der (aus Spalte 3 und 4) *pro Gramm* berechneten Elektronenanzahl durch Druck findet man unter Spalte 7. Positives Vorzeichen bedeutet Vermehrung. Es ist bemerkenswert, daß mit Ausnahme von Wismut die räumliche Dichteänderung der Elektronen kleiner und meistens erheblich kleiner als die entsprechende ponderable Dichteänderung ist. Infolgedessen muß dem Druck eine der Größenordnung nach mit der Kompressibilität vergleichbare Wirkung auf den Dissoziationsgrad der freien Elektronen in der gleichen Masse metallischer Substanz zugeschrieben werden; und zwar tritt bei allen mit Ausnahme des Wismut eine Verminderung der Dissoziation der Elektronen ein. Wismut zeigt nicht nur eine Vermehrung, sondern erreicht zugleich den höchsten absoluten Betrag.

Weitere Folgerungen, die sich aus den Anschauungen der Elektronentheorie ziehen lassen, ergeben sich aus einer Vergleichung<sup>1)</sup> des in dieser Arbeit behandelten Einflusses des

1) Eine solche Vergleichung ist trotz des verschiedenen Drahtmaterials bei den entsprechenden Versuchen erlaubt, wie die sehr gute Übereinstimmung der Resultate an mehreren Stücken von Manganindraht bei Lisell beweist und ferner die Kongruenz der Werte am Blei und Manganin bei Lisell und Williams und endlich unsere eigenen Erfahrungen (vgl. p. 995) an verschiedenen Sorten des gleichen Metalles.

Druckes auf die Thermokraft mit dem von anderer Seite<sup>1)</sup> untersuchten *Druckeinfluß auf das elektrische Leitvermögen* einiger Metalle. Spalte 5 enthält die darauf bezüglichen Resultate [auf 1 kg/qcm und das (spezifische) Leitvermögen reduziert]. Positives Vorzeichen bedeutet Vergrößerung der Leitfähigkeit unter Druck. Elektronentheoretisch stellt sich nämlich die elektrische Leitfähigkeit bei gegebener Temperatur dar als proportional dem Produkt aus der Anzahl  $N$  der freien Elektronen im ccm und deren mittleren freien Weglänge  $l$  bzw. ihrer Beweglichkeit. In welchem Grade nun der Druck  $N$  oder  $l$  einzeln verändert, das konnte aus diesen Zahlen allein nicht gefolgert werden. Auf Grund der Elektronentheorie kann nun durch den Vergleich mit Spalte 4 diese Trennung erreicht werden. Es zeigt sich hierbei, daß bei sämtlichen Metallen der Druck bei weitem in höherem Grade die freie Weglänge verändern muß als die Anzahl der Elektronen. Spalte 6 zeigt diesen Druckeinfluß auf die freie Weglänge  $l$ .

Hier fällt nun auf, daß der Druck bei den meisten Metallen diese freie Weglänge *vergrößern* soll. Der Widersinn dieser Folgerung ist solange zwingend und muß als eine bedenkliche Konsequenz aus den Annahmen der Elektronentheorie angesehen werden, als man sich die Atome der Metalle als starre Gebilde denkt, deren Zwischenraum den Elektronen als Raum für deren freie Weglängen zur Verfügung steht und welcher durch Druck ohne Zweifel *verkleinert* wird. Läßt man aber eine geeignete Gruppierung bzw. Assoziation der Atome durch Druck zu, wie sie J. J. Thomson<sup>2)</sup> in Betracht zieht, eine Anschauung, die als Erklärung für eine Druckeinwirkung physikalisch-chemischer Art auf die kristallinische Struktur der Metalle angesehen werden kann, so könnten hiermit obige Folgerungen ihre Erklärung finden.

Einen kurzen Hinweis verdient endlich die Tatsache, daß die unter Spalte 6 stehenden Änderungen der Beweglichkeit

1) E. Lisell l. c.; W. E. Williams l. c.; Winkelmanns Handbuch der Physik, Elektrizität u. Magnetismus Bd. I. p. 359. 2. Aufl.

2) J. J. Thomson, Korpuskulartheorie der Materie, p. 70. Braunschweig 1908.



der Elektronen durch Druck *ungefähr* proportional den Änderungen der Lineardimensionen  $\left(\frac{1}{3} \frac{d\epsilon}{\epsilon}\right)$  der Metalle durch Druck sind; vgl. Spalte 8. Die beiden Legierungen und insbesondere Wismut fallen aus der Reihe heraus.

#### Zusammenfassung der Ergebnisse.

1. Unterwirft man Metalle allseitigem hydrostatischen Druck, so werden sie thermoelektrisch different gegenüber dem nicht komprimierten Zustand. Die hervorgerufene Thermokraft ist proportional dem Druck und der Temperaturdifferenz der Lötstellen; insbesondere kehrt das vom Druck befreite Metall in seinen früheren thermoelektrischen Zustand zurück.

Die Untersuchung umfaßt 15 Metalle und 2 Legierungen (vgl. Tab. 22) und erstreckt sich auf einen Druckbereich bis zu 300 kg/qcm und auf das Temperaturintervall von 0° bis 100° C.

2. Die *Richtung* der vom Druck erzeugten Thermokraft bedeutet bei den meisten Metallen (in der betreffenden Tabelle mit + bezeichnet) eine Verschiebung des gedrückten Metalles in der thermoelektrischen Spannungsreihe nach Antimon. Der *Wert* der durch 1 kg/qcm bei 1° Temperaturdifferenz der Lötstellen entstehenden Thermokraft in Volt ist in der Tabelle unter Spalte 1 zu finden; die *Genauigkeit* der Messungen ist im Mittel einige Prozent.

3. Bei *Cadmium* und *Zink* stellte sich der zu den einzelnen Drucken gehörige Wert der Thermokraft *zeitlich allmählich* her (innerhalb weniger Stunden); ebenso allmählich — und zwar völlig — verschwand er wieder, nachdem der Druck zu wirken aufgehört hatte. Wahrscheinlich hängt diese Erscheinung mit einer durch Druck verursachten *allmählichen Umwandlung* kristallinisch-verschiedener Phasen zusammen, wie sie wenigstens bei Zn in der Nähe der angewandten Temperatur der wärmeren Lötstelle (100°) bekannt ist.

4. Wenn man die *Elektronentheorie der Metalle* auf unsere Messungen *anwendet*, so folgt *erstens*, daß durch Druck die Anzahl der freien Elektronen *im ccm* der meisten Metalle zu-



nimmt (Spalte 4, Tab. 22), dagegen *im Gramm Metall* (Spalte 7) abnimmt und in Verbindung mit Messungen, die über den Druckeinfluß auf das elektrische Leitvermögen der Metalle vorliegen (vgl. Spalte 5), *zweitens*, daß dieser letztere Einfluß in weit höherem Grade auf eine Vergrößerung der Beweglichkeit (Spalte 6) der freien Elektronen als auf die Änderung ihrer Dichte zurückzuführen ist.

München, Physik. Institut der Universität, Juli 1908.

(Eingegangen 2. Oktober 1908.)

### 3. *Über singuläre Richtungen in pleochroitischen Kristallen;*

*von W. Voigt.*

1. Die Theorie der absorbierenden, insbesondere der pleochroitischen Kristalle gehört unzweifelhaft zu den reizvollsten, zugleich aber auch zu den schwierigsten Kapiteln der Optik. So oft auch ihre Behandlung in Angriff genommen worden ist<sup>1)</sup>, noch immer sind wir von der vollständigen Erkenntnis der herrschenden Gesetzmäßigkeiten recht weit entfernt. Was von letzteren bisher gewonnen ist, hat der Regel nach nur unter speziellen Voraussetzungen Gültigkeit, und wir wissen häufig nicht, was unter *allgemeineren* Voraussetzungen an seine Stelle tritt; denn die Formeln werden bei solchen gemeinhin von einer erdrückenden Kompliziertheit.

In den nachstehenden Untersuchungen habe ich einen wichtigen Punkt der Theorie ein Stück zu fördern gesucht. Eine frühere Arbeit von mir<sup>2)</sup> hatte sich mit dem Verhalten der zweiachsigen absorbierenden Kristalle in der Umgebung der sogenannten optischen Achsen bei schwacher Absorption beschäftigt und hatte da ganz unerwartete und elegante Resultate ergeben, die ihre praktische Bedeutung sofort dadurch bewährten, daß sie einmal ältere, bis dahin noch nicht zweifellos gedeutete Beobachtungen zum ersten Male verstehen lehrten, sodann aber neue Erscheinungen ankündigten, die sich nachträglich als wirklich vorhanden nachweisen ließen.

Die fundamentalen Ergebnisse allgemeinen Charakters waren die folgenden.

Die sogenannten optischen Achsen der zweiachsigen Kristalle sind nicht die einzigen Richtungen, in denen sich zwei Wellen mit gleichen Geschwindigkeiten fortpflanzen; die

1) Vgl. z. B. außer meinen älteren Abhandlungen die Arbeiten von P. Drude, Wied. Ann. 32. p. 585. 1888; 40. p. 665. 1890.

2) W. Voigt, Gött. Nachr. 1902, Heft 1; Ann. d. Phys. 9. p. 367. 1902.

gleiche Eigenschaft besitzen vielmehr ganze (ebene) Fächer von Richtungen, die ihre Mitten merklich je in einer optischen Achse haben und mit ihren Enden beiderseits ein wenig daraus abweichen.

In den Richtungen dieser Fächer sind die Absorptionen für die beiden, ihnen parallel fortgepflanzten Wellen im allgemeinen verschieden; die Absorptionen werden einander aber gleich in den *Grenzlinien* jedes Fächers und *bleiben* einander dann merklich gleich in denjenigen Richtungen, die sich innerhalb derselben Ebene je an diejenigen des Fächers anschließen. Jene merkwürdigen Grenzlinien, in denen für beide Wellen sowohl *Geschwindigkeiten als Absorptionen gleich sind*, habe ich wegen gewisser geometrischer Beziehungen als die *Windungsachsen* des Kristalles bezeichnet.

Fig. 1 gibt auf einer Kugel vom Radius Eins schematisch diese Verhältnisse für einen Kristall des rhombischen Systems wieder.  $A_1, A_2$  sind die Spuren der sogenannten optischen Achsen,  $C_1 C_1', C_2 C_2'$  sind die vier sie begleitenden Windungsachsen,  $C_1 C_1', C_2 C_2'$  also die Spuren der Richtungsfächer mit gleichen Geschwindigkeiten für beide Wellen. Die punktierten Linien, welche  $C_1 C_1'$  und  $C_2 C_2'$  beiderseitig verlängern, geben die Richtungen wieder, in denen für beide Wellen die Absorptionen merklich einander gleich sind.

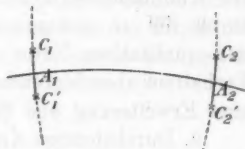


Fig. 1.

Es sei noch ergänzend bemerkt, daß in jeder Richtung des Kristalles sich zwei elliptisch polarisierte und gleichsinnig rotierende Schwingungen fortpflanzen; Achsenverhältnisse und -lagen folgen komplizierten Gesetzen. In den Richtungen der sogenannten optischen Achsen  $A_1$  und  $A_2$  sind die Schwingungen linear, in den Windungsachsen sind sie zirkulär, und zwar entsprechen in Fig. 1 den Achsen  $C_1$  und  $C_2$  Rotationen in einer, den Achsen  $C_1'$  und  $C_2'$  Rotationen in der entgegengesetzten Richtung.

Die vorstehenden Resultate sind, wie oben gesagt, für Kristalle mit *relativ schwacher Absorption* erhalten und gelten dort nur für die *Umgebung der optischen Achsen*, denen unter

der gemachten Annahme die Windungsachsen äußerst nahe liegen. Es drängt sich nun offenbar die Frage auf, was an ihre Stelle tritt, wenn die Annahme schwacher Absorption aufgegeben wird. Gibt es auch *bei beliebig starker Absorption* Richtungen im Kristall, längs deren Geschwindigkeiten und Absorptionen für beide Wellen gleich sind, d. h., gibt es jederzeit Windungsachsen? Und weiter: erstrecken sich von ihnen *jederzeit* Richtungsfächer, längs deren einem nur die Geschwindigkeiten, längs deren anderem nur die Absorptionen beider Wellen einander gleich sind? Und wenn ja, was läßt sich allgemein über Lage und Konfiguration jener Richtungssysteme aussagen? Dies sind die Fragen, welche ich nachstehend zu beantworten gesucht habe.

Wegen der großen Komplikation der in Betracht kommenden Formeln ist dabei die Rechnung weitgehend durch geometrische Konstruktion ersetzt worden; insbesondere hat sich ein Abbildungsverfahren nützlich erwiesen. Ich glaube, daß durch die so gewonnenen Ergebnisse, obwohl sie zum Teil nur qualitativer Natur sein konnten, unsere Kenntnisse des Verhaltens absorbierender, insbesondere pleochroitischer Kristalle eine Erweiterung und Sicherung erfahren haben.

2. Durchsichtige Kristalle werden durch das Tripel  $a_1, a_2, a_3$  der Polarisationsensoren (die Quadrate der Hauptlichtgeschwindigkeiten) völlig charakterisiert; bei absorbierenden kommt ein zweites Tripel  $b_1, b_2, b_3$  hinzu, das die Absorptionskonstanten repräsentiert. In den allgemeinen Formeln für diese Medien treten die beiderseitigen sechs Tensorkomponenten nach den Koordinatenachsen, d. h. die Parameter  $a_{hk}$  und  $b_{hk}$  (wobei  $h$  und  $k = 1, 2, 3$  und  $a_{hk} = a_{kh}$ ,  $b_{hk} = b_{kh}$ ) nur in den Verbindungen

$$(1) \quad a_{hk} = a_{hk} + i b_{hk}$$

auf, die ein *komplexes* Tensortripel repräsentieren.

Die Tensortripel  $a_1, a_2, a_3$  und  $b_1, b_2, b_3$  haben im allgemeinen beliebige Lage im Kristall; bei monoklinen Kristallen muß aber je einer der Tensoren beider Tripel in die Symmetrieachse fallen, bei rhombischen Kristallen gilt gleiches für alle drei Tensoren. Kristalle des rhomboedrischen, quadratischen und hexagonalen Systems kommen als optisch einachsig für uns hier nicht in Betracht.

Jedem Tensortriplett  $a_h$  bzw.  $b_h$  ist ein Paar ausgezeichnete Richtungen zugeordnet. Für das Tensortriplett  $a_h$ , das bei verschwindender Absorption allein übrig bleibt, entsprechen diese Richtungen den optischen Achsen  $A_1, A_2$ . Aber sie haben bei vorhandener Absorption ihren physikalischen Charakter merklich geändert. Der Kristall verhält sich ihnen parallel nicht mehr isotrop; er pflanzt längs derselben im Falle geringer Absorption zwei normal zueinander linear polarisierte Wellen mit verschiedener Absorption, wenn auch mit gleicher Geschwindigkeit fort. Gleiche Geschwindigkeiten besitzen aber auch für unendlich viele andere Richtungen die beiden sich ihnen parallel fortpflanzenden Wellen. Ich habe daher bei absorbierenden Kristallen den Namen optischer Achsen, der ein singuläres optisches Verhalten ausspricht, fallen lassen und nenne die betreffenden Richtungen nach ihrer analytischen Definition durch die Polarisationsstensoren  $a_h$  die *Polarisationsachsen* des Kristalles. Es bietet weitgehenden Vorteil, auch diejenigen beiden Richtungen einzuführen, die den Polarisationsachsen im Triplett der Absorptionstensoren genau entsprechen; ich nenne sie die *Absorptionsachsen*  $B_1, B_2$  des Kristalles.

Nimmt man die Ungleichungen

$$(2) \quad a_1 \geq a_2 \geq a_3, \quad b_1 \geq b_2 \geq b_3$$

an, so liegen die Achsen  $A_h$  in der Ebene  $\overline{a_1 a_3}$ , die  $B_h$  in der Ebene  $\overline{b_1 b_3}$  und schließen mit den Richtungen  $a_3$  bzw.  $b_3$  die Winkel  $\sigma$  und  $s$  ein, gegeben durch

$$(3) \quad \begin{cases} \sin^2 \sigma = \frac{a_1 - a_3}{a_1 - a_2}, \\ \cos^2 \sigma = \frac{a_2 - a_3}{a_1 - a_3}, \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \sin^2 s = \frac{b_1 - b_3}{b_1 - b_2}, \\ \cos^2 s = \frac{b_2 - b_3}{b_1 - b_3}. \end{cases}$$

Fig. 2 stellt die Anordnung der verschiedenen Achsen  $A_h$  und  $B_h$  auf einer Kugel vom Radius Eins dar.

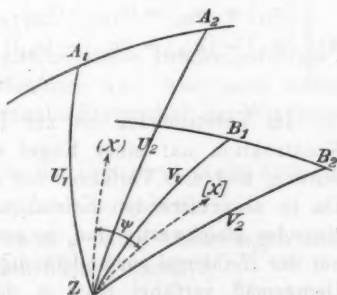


Fig. 2.

Gibt dann  $Z$  die Spur der Wellennormale, deren Richtung durch die Winkel  $U_h$  gegen die  $A_h$ , bzw.  $V_h$  gegen die  $B_h$  festgelegt ist, so empfehlen sich zwei spezielle Lagen des  $XY$ -Achsenkreuzes durch die Einfachheit der dafür geltenden Beziehungen.

Liegt die  $X$ -Achse in der Halbierungsebene des Winkels  $A_1 Z A_2$  — System  $(XY)$  —, so gilt

$$(5) \quad \begin{cases} (a_{12}) = 0, \\ (a_{11}) = \frac{1}{2}(a_1 + a_3) + \frac{1}{2}(a_1 - a_3) \cos(U_1 + U_2), \\ (a_{22}) = \frac{1}{2}(a_1 + a_3) + \frac{1}{2}(a_1 - a_3) \cos(U_1 - U_2). \end{cases}$$

Liegt die  $X$ -Achse in der Halbierungsebene des Winkels  $B_1 Z B_2$  — System  $[XY]$  —, so gilt

$$(6) \quad \begin{cases} [b_{12}] = 0, \\ [b_{11}] = \frac{1}{2}(b_1 + b_3) + \frac{1}{2}(b_1 - b_3) \cos(V_1 + V_2), \\ [b_{22}] = \frac{1}{2}(b_1 + b_3) + \frac{1}{2}(b_1 - b_3) \cos(V_1 - V_2). \end{cases}$$

In den Polarisationsachsen ist  $(a_{11}) = (a_{22}) = a_2$ , in den Absorptionsachsen  $[b_{11}] = [b_{22}] = b_2$ .

Schließen die Ebenen  $(ZX)$  und  $[ZX]$  den Winkel  $\psi$  miteinander ein (positiv von  $[ZX]$  nach  $(ZX)$  gerechnet), so gilt ferner

$$(7) \quad \begin{cases} [a_{11}] = (a_{11}) \cos^2 \psi + (a_{22}) \sin^2 \psi, & (b_{11}) = [b_{11}] \cos^2 \psi + [b_{22}] \sin^2 \psi, \\ [a_{22}] = (a_{11}) \sin^2 \psi + (a_{22}) \cos^2 \psi, & (b_{22}) = [b_{11}] \sin^2 \psi + [b_{22}] \cos^2 \psi, \\ [a_{12}] = \frac{1}{2}((a_{11}) - (a_{22})) \sin 2\psi, & (b_{12}) = \frac{1}{2}([b_{22}] - [b_{11}]) \sin 2\psi, \end{cases}$$

also

$$(8) \quad \begin{cases} [a_{11}] + [a_{22}] = (a_{11}) + (a_{22}), & [b_{11}] + [b_{22}] = (b_{11}) + (b_{22}), \\ [a_{11}] - [a_{22}] = ((a_{11}) - (a_{22})) \cos 2\psi, & (b_{11}) - (b_{22}) = ([b_{11}] - [b_{22}]) \cos 2\psi. \end{cases}$$

Im Vorstehenden ist zur Darstellung der Resultate die Konstruktion auf einer Kugel vom Radius Eins angewendet worden, und dies Verfahren soll auch weiterhin benutzt werden. Da in absorbierenden Kristallen entgegengesetzte Richtungen einander gleichwertig sind, so genügt jederzeit die Betrachtung nur der Halbkugel zur vollständigen Darlegung der Verhältnisse. Demgemäß verfährt man in der gewöhnlichen Kristalloptik, indem man von *zwei* optischen Achsen spricht, während im

Grunde deren vier in Betracht kommen. Diesem Gebrauch schließen wir uns an, wenn wir (wie oben) die Zahl der Windungsachsen auf vier beziffern. In gleicher Weise soll auch weiterhin immer verfahren, entgegengesetzte Richtungen sollen also nur einfach gezählt werden. —

3. Die Grundformeln für die komplexe Geschwindigkeit  $v$  einer parallel  $Z$  fortgepflanzten ebenen homogenen Welle und ihre komplexen Amplituden  $\mathfrak{F}$  und  $\mathfrak{G}$  nach den Richtungen  $X$  und  $Y$  lauten<sup>1)</sup>

$$(9) \quad \begin{cases} (a_{11} - v^2)(a_{22} - v^2) = a_{12}^2, \\ \frac{\mathfrak{G}^2}{\mathfrak{F}^2} + \frac{a_{11} - a_{22}}{a_{11}} \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{F}} = 1, \end{cases}$$

woraus folgt

$$(10) \quad v^2 = \frac{1}{2} (a_{11} + a_{22} \pm \sqrt{(a_{22} - a_{11})^2 + 4 a_{12}^2}),$$

$$(11) \quad \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{F}} = \frac{1}{2 a_{12}} (a_{22} - a_{11} \pm \sqrt{(a_{22} - a_{11})^2 + 4 a_{12}^2}).$$

Die komplexe Geschwindigkeit  $v$  ist mit der reellen Geschwindigkeit  $\omega$  und dem Absorptionsindex  $\kappa$  durch die Beziehung

$$(12) \quad v = \omega (1 - i\kappa)$$

verknüpft. Bezeichnet  $v$  die Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum, so ist  $v/v = n$  der komplexe,  $v/\omega = n$  der reelle Brechungsindex.  $n\kappa$  heißt der Absorptionskoeffizient und mißt die beobachtbare Schwächung des Lichtes.

4. Wir beginnen mit der Untersuchung, für welche Richtungen im Kristall  $v^2$  für beide Wellen den gleichen Wert besitzt. Da für jene Richtungen beide Wellen das gleiche

$$(13) \quad n = n(1 - i\kappa)$$

haben, so besitzen sie auch gleiche reelle Brechungsindizes  $n$  und gleiche Absorptionskoeffizienten  $n\kappa$ , was nach meiner früheren Arbeit die charakteristische Eigenschaft der Windungsachsen ist.

Die analytische Bedingung der Gleichheit lautet nach (10)

$$(14) \quad (a_{22} - a_{11})^2 + 4 a_{12}^2 = p + i q = 0,$$

d. h. also  $p = 0$  und  $q = 0$ , wobei  $p$  und  $q$  Abkürzungen sind. Für ihre Bedeutung ergibt sich nach Formel (1)

1) W. Voigt, l. c. Formel (31) und (32).

$$(15) \quad \begin{cases} p = (a_{22} - a_{11})^2 - (b_{22} - b_{11})^2 + 4(a_{12}^2 - b_{12}^2), \\ q = 2((a_{22} - a_{11})(b_{22} - b_{11}) + 4a_{12}b_{12}), \end{cases}$$

oder bei Einführung des  $(X, Y)$ -Achsenkreuzes (für welches  $(b_{12}) = 0$  ist) und bei Benutzung der Abkürzungen

$$(16) \quad a_1 - a_3 = \alpha, \quad b_1 - b_3 = \beta$$

gemäß den Beziehungen (5) bis (8)

$$(17) \quad \begin{cases} p = \alpha^2 \sin^2 U_1 \sin^2 U_2 - \beta^2 \sin^2 V_1 \sin^2 V_2, \\ q = 2\alpha\beta \sin U_1 \sin U_2 \sin V_1 \sin V_2 \cos 2\psi. \end{cases}$$

5. Was zunächst die Bedingung  $q = 0$  angeht, so führt diese, da das Verschwinden der ersten sechs Faktoren des Ausdruckes für  $q$  nur spezielle Fälle liefert, auf

$$(18) \quad \cos 2\psi = 0, \quad \text{d. h.} \quad \psi = \frac{2h-1}{4}\pi, \quad h = \pm 1, \pm 2.$$

Diese Bedingung enthält nach der Bedeutung des Winkels  $\psi$  (vgl. Fig. 2) nur die Lage der Achsen  $A_h$  und  $B_h$ , aber keinen Zahlwert der Parameter  $a_h$  und  $b_h$ .

Die Formel ( $q = 0$ ) definiert auf der (Halb-)Kugel vom Radius Eins gewisse Kurven, von deren Verlauf man sich in jedem Falle durch geometrische Anschauung leicht eine Vorstellung bilden kann. Ganz allgemein kann man sagen, daß die Kurven ( $q = 0$ ) durch alle Achsen  $A_h$  und  $B_h$  gehen müssen.

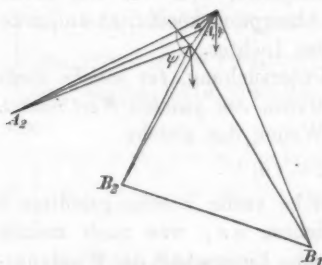


Fig. 3.

Denn nach seiner Definition wird  $\psi$  in jeder dieser Achsen unendlich vielwertig, es nimmt demgemäß dort auch Werte der Form (18) an. Die Anschauung lehrt, daß zu beiden Seiten jeder dieser Achsen zwei Werte erreicht werden, die sich um  $\pm \frac{1}{2}\pi$  unterscheiden; hieraus folgt, daß von jeder dieser Achsen zwei

Kurven  $q = 0$  in diametral entgegengesetzten Richtungen ausgehen. Fig. 3 gibt hiervon bei willkürlich gewählter relativer Lage der  $A_h$  und  $B_h$  eine Vorstellung.

Da  $\psi$  eine stetige Funktion des Ortes ist und auf der einen Seite einer ( $q = 0$ )-Kurve größer, auf der anderen kleiner als  $(2h-1)\frac{1}{4}\pi$  ist, so kann eine solche Kurve auch kein freies Ende



besitzen; die Kurven müssen demgemäß ausschließlich zwischen den Windungsachsen verlaufen und geschlossene Ringe bilden. Dabei kann ein Ring zwei oder vier Achsen  $A_h$ ,  $B_h$  enthalten.

Die betreffenden Verhältnisse sind sehr einfach bei rhombischen Kristallen, da hier bezüglich der Lage der Achsen  $A_h$  und  $B_h$  nur die zwei verschiedenen Fälle vorkommen können, daß die  $A_h$  entweder in derselben, oder in einer anderen Symmetrieebene liegen, als die  $B_h$ . Der hier stattfindende Verlauf der ( $q = 0$ )-Kurven ist in Figg. 4 und 5, die nur etwas mehr als

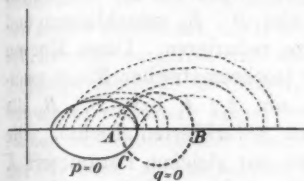


Fig. 4.

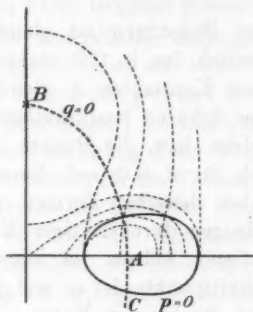


Fig. 5.

einen Oktanten der Kugel umfassen, durch starke gestrichelte Linien<sup>1)</sup> schematisch dargestellt.

Bei monoklinen Kristallen ist der Fall, daß beide Achsenpaare in der optischen Symmetrieebene (wiewohl unsymmetrisch) liegen, von dem ersten der obigen, der Fall, daß ein Achsenpaar in der Symmetrieebene, das andere in einer dazu normalen Ebene liegt, von dem zweiten Fall bei rhombischen Kristallen nicht wesentlich verschieden.

Dagegen entsteht ein neuer Fall, wenn beide Achsenpaare in Ebenen normal zur Symmetrieebene liegen. Die hier eintretende Form der Kurve  $q = 0$

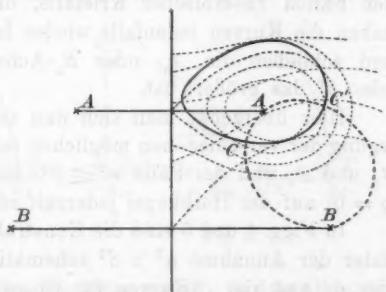


Fig. 6.

1) Die übrigen Kurven werden in 6. besprochen werden.

ist in Fig. 6 durch eine starke gestrichelte Linie schematisch dargestellt.

Auf triklone Kristalle braucht nicht eingegangen zu werden. —

6. Die Bedingung  $p = 0$  reduziert sich nach (17) auf die Gleichung

$$(19) \quad \alpha \sin U_1 \sin U_2 = \pm \beta \sin V_1 \sin V_2;$$

ihre Bedeutung ist gleichfalls leicht erkennbar. Setzt man nämlich den in (19) rechts, bzw. links stehenden Ausdruck je einer Konstanten  $K$  gleich, so bestimmen diese Bedingungen zwei Scharen lemniskatischer ( $\alpha$ - und  $\beta$ -)Kurven auf der Kugel, welche bzw. die Punkte  $A_1, A_2$  und  $B_1, B_2$  umschlingen und sich für  $K = 0$  auf diese Punkte reduzieren. Diese Kurven haben dieselben Formen, wie die isochromatischen Ringe zweiachsiger durchsichtiger Kristalle um  $A_1, A_2$  bzw.  $B_1, B_2$  als optische Achsen im konvergenten polarisierten Lichte. Die Schnittpunkte der  $\alpha$ - und  $\beta$ -Kurven mit gleichen Parametern  $K$  sind Punkte der Kurve  $p = 0$ . Da die  $\alpha$ - und die  $\beta$ -Kurven die ganze Kugeloberfläche bedecken, so gibt es jederzeit eine Schar von Schnittpunkten zwischen solchen Kurven mit gleichen Parametern, also auch jederzeit eine ( $p = 0$ )-Kurve.

Diese Kurve hängt nach dem in (17) angegebenen Wert von  $p$  sowohl von der Lage der Achsen  $A_h$  und  $B_h$ , als von der Größe des Verhältnisses  $\alpha^2/\beta^2$  ab; es sind daher bei gleichen Achsenlagen etwas verschiedene Typen möglich. In den Fällen rhombischer Kristalle, die oben betrachtet sind, haben die Kurven jedenfalls wieder lemniskatischen Charakter und schließen die  $A_h$ - oder  $B_h$ -Achsen ein, je nachdem  $\alpha^2$  oder  $\beta^2$  das größere ist.

Hier überzeugt man sich nun sehr leicht durch die Überlegung der verschiedenen möglichen relativen Lagen der Achsen  $A_h$  und  $B_h$  und der Fälle  $\alpha^2 \geq \beta^2$ , daß die Kurven ( $p = 0$ ) und ( $q = 0$ ) auf der Halbkugel jederzeit vier Schnittpunkte besitzen.

In Figg. 4 und 5 sind die Konstruktionen der ( $p = 0$ )-Kurven unter der Annahme  $\alpha^2 > \beta^2$  schematisch ausgeführt. Es sind vier  $\alpha$ - und vier  $\beta$ -Kurven für paarweise gleiche Parameter  $K$  durch feine gestrichelte Linien dargestellt; die durch ihre Schnittpunkte gelegten *ausgezogenen* Kurven entsprechen dann der

Bedingung  $p = 0$ ; ihre Schnittpunkte mit den gestrichelten ( $q = 0$ )-Kurven stellen die Windungsachsen  $C$  und  $C'$  dar.

In Fig. 6 ist dieselbe Konstruktion unter der Annahme  $\alpha^2 > \beta^2$  für den p. 1009 hervorgehobenen Fall eines monoklinen Kristalles ausgeführt. Auch hier umschlingt die Kurve  $p = 0$  die  $A$ -Achse und liefert zwei Schnittpunkte mit der Kurve  $q = 0$ , also zwei Windungsachsen nächst jeder  $A_h$ -Achse. Höchstwahrscheinlich gilt Analoges auch im Falle trikliner Kristalle.

7. Viel umständlicher, als die Aufsuchung derjenigen Richtungen, wo sowohl die Brechungsindizes  $n$ , als auch die Absorptionskoeffizienten  $n\kappa$  für beide Wellen den gleichen Wert annehmen, ist die Bestimmung der Richtungen, wo nur eines von beiden stattfindet. Wir müssen zur Erledigung dieser Frage schrittweise vorgehen und wollen dabei schon für die Vorfragen diejenige Methode anwenden, die wir für die definitive Frage benutzen werden. Dabei werden wir uns der Einfachheit halber auf rhombische Kristalle beschränken; die Übertragung der Methode auf monokline Kristalle ist unmittelbar evident. Da für rhombische Kristalle die Kugel in acht gleichwertige Oktanten zerfällt, so genügt die Betrachtung eines von ihnen. (Bei monoklinen Kristallen wären zwei Oktanten zu behandeln.)

Auf diesem Oktanten ist jedem Punkt (d. h. jeder Richtung) ein Wertpaar  $p$  und  $q$  zugeordnet, und wir wollen zu-

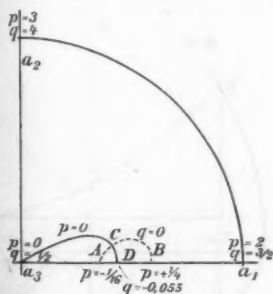


Fig. 7.

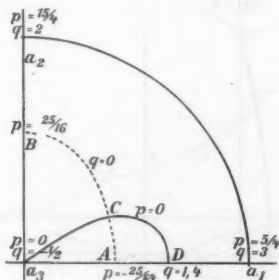


Fig. 8.

nächst annehmen, daß jedes Wertpaar  $p$  und  $q$  in dem Oktanten nur einmal auftritt. Um in zwei speziellen Fällen eine Vorstellung von der Verteilung der Werte  $p$  und  $q$  zu geben,

sind in Figg. 7 und 8 für die oben erwähnten beiden Typen rhombischer Kristalle zwei Bilder des Oktanten mit einigen eingesetzten Werten  $p$  und  $q$  gezeichnet, wie sie dem Falle entsprechen, daß  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 1$  ist, und daß die Polarisationsachsen  $A_\lambda$  die Winkel  $\sigma = 30^\circ$ , die Absorptionsachsen  $B_\lambda$  die Winkel  $s = 45^\circ$  mit der  $a_3$ -Achse einschließen. Der Schnittpunkt der eingezeichneten Kurven  $p = 0$  und  $q = 0$  stellt eine Windungsachse  $C$  dar.

8. Wir bilden nun die Fläche des betrachteten Oktanten dadurch in einer  $\xi\eta$ -Ebene ab, daß wir

$$(20) \quad p = \xi, \quad q = \eta$$

setzen. Schreiben wir dann noch die Formel (10)

$$(21) \quad 2v^2 = \mu + i\nu \pm \sqrt{p + iq},$$

so können wir nun  $\mu$  und  $\nu$  auch als Funktionen von  $\xi$  und  $\eta$  betrachten. Wir bemerken, daß

$$(22) \quad \begin{cases} \mu = (a_{11}) + (a_{22}) = (a_1 + a_3) + (a_1 - a_3) \cos U_1 \cos U_2, \\ \nu = (b_{11}) + (b_{22}) = (b_1 + b_3) + (b_1 - b_3) \cos V_1 \cos V_2, \end{cases}$$

im allgemeinen mit der Richtung *viel weniger variieren*, als  $p$  und  $q$ , insbesondere stets  $> 0$  bleiben.

Die Gestalt des Bereiches in der  $\xi\eta$ -Ebene, das dem betrachteten Oktanten entspricht, ist in jedem speziellen Falle

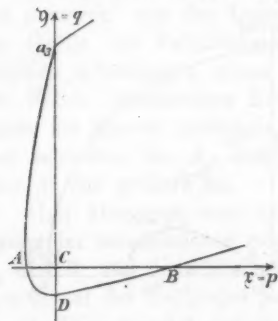


Fig. 9.

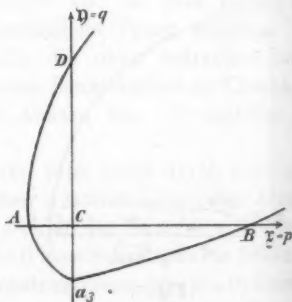


Fig. 10.

leicht übersehbar. Bei den oben verfolgten Beispielen haben die Grenzen in der (uns zunächst allein interessierenden) Um-

gebung des Koordinatenanfanges den in Figg. 9 und 10 dargestellten Verlauf. (Der Maßstab der ersten Figur ist der vierfache von dem der zweiten.)

Kommen in den Oktanten Wertpaare  $p, q$  öfter, als ein Mal vor, so würde dies nur die Folge haben, daß die  $\xi\eta$ -Ebene nicht überall einfach überdeckt, etwa als stellenweise *gefaltet* zu betrachten wäre. Ein solches Verhalten würde die Betrachtung nirgends prinzipiell ändern, nur die Darstellung komplizieren; wir wollen von dergleichen auch weiterhin absehen.

9. Setzen wir nunmehr

$$(23) \quad \xi + i\eta = (\xi + i\eta)^2,$$

so bilden wir dadurch das Bereich der  $\xi\eta$ -Ebene (bzw. den Oktanten) in einer  $\xi\eta$ -Ebene ab und haben

$$(24) \quad 2\sigma^2 = (\mu + \xi) + i(\nu + \eta),$$

wobei  $\mu$  und  $\nu$  Funktionen von  $\xi$  und  $\eta$  sind.

$\sigma^2$  ist auf der Kugel und in der  $\xi\eta$ -Ebene *zweiwertig*, dagegen in der  $\xi\eta$ -Ebene *einwertig*; die derselben Richtung im Oktanten entsprechenden beiden Werte von  $\sigma^2$  gelten für Punkte der  $\xi\eta$ -Ebene, die spiegelbildlich in bezug auf deren Nullpunkt liegen.  $\mu$  und  $\nu$  haben in solchen Punkten *gleiche* Werte.

Die Gestalten der Bereiche der  $\xi\eta$ -Ebene, die der Umgebung der Achsen  $A_1$  und  $B_1$  entsprechen, sind für die behandelten Spezialfälle durch Figg. 11 und 12 schematisch

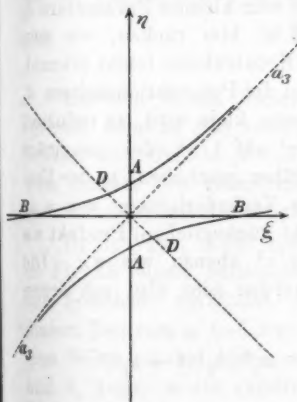


Fig. 11.

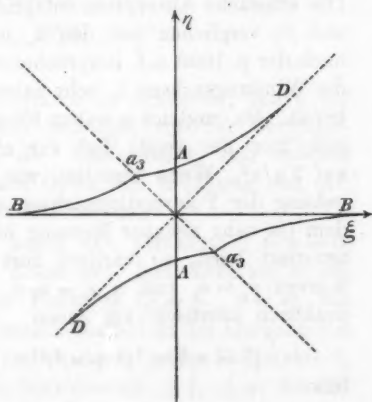


Fig. 12.

wiedergegeben. Die zweimal zwei Hälften der Koordinatenachsen entsprechen den vier Kurvenzweigen  $q=0$ , welche in der zweiblättrigen Kugelfläche von dem Punkt  $q=0$ ,  $p=0$ , d. h. von der Windungsachse ausgehen; die Halbierungslinien der vier Quadranten entsprechen ebenso den vier Zweigen der Kurven  $p=0$ . Die Kurven  $p=\text{const.}$ ,  $q=\text{const.}$  sind durch gleichseitige Hyperbeln mit den Asymptoten  $p=0$ ,  $q=0$  wiedergegeben.

10. Nun kann man sogleich die Frage beantworten, für welche Richtungen der reelle und für welche der imaginäre Teil von  $v^2$ , d. h. also

$$(1 - x^2)/n^2(1 + x^2)^2 \quad \text{und} \quad 2x/n^2(1 + x^2)^2$$

in beiden Wellen denselben Wert besitzt. Ersteres findet nämlich statt, wo  $\xi=0$ , letzteres, wo  $\eta=0$ . Geht man zurück zur Darstellung auf der Kugel, so zeigt sich, daß diese Bedingungen die zwei Zweige der ( $q=0$ )-Kurve bestimmen, welche durch die Windungsachsen getrennt sind; und zwar ist  $(1 - x^2)/n^2(1 + x^2)^2$  das Gleiche auf dem Zweige, der die *Polarisationsachse A*,  $2x/n^2(1 + x^2)^2$  das Gleiche auf demjenigen, der die *Absorptionsachse B* enthält.

Hier ergibt sich nun leicht die Brücke zu den früher von mir im Falle schwacher Absorption gefundenen Resultaten. Die schwache Absorption entspricht sehr kleinen Parametern  $b_h$  und  $\beta$ , verglichen mit den  $a_h$  und  $\alpha$ ; hier rücken, wie man nach der p. 1009 u. f. besprochenen Konstruktion leicht erkennt, die Windungsachsen  $C_h$  sehr nahe an die Polarisationsachsen  $A_h$  heran. Da zugleich  $x$  neben Eins sehr klein wird, so reduziert sich hier der reelle Teil von  $v^2/v^2$  auf  $1/n^2$ , der imaginäre auf  $2x/n^2$ . Wenn überdies, wie früher geschehen, in der Umgebung der Polarisationsachsen die Veränderlichkeit von  $n$  in dem (ja sehr genauer Messung nicht zugänglichen) Produkt  $nx$  ignoriert wird, so variiert dort  $x/n^2$  ebenso wie  $nx$ . Die Kurven  $n_1=n_2$  und  $n_1x_1=n_2x_2$  werden hier also mit denen praktisch identisch, auf denen

$$(1 - x_1^2)/n_1^2(1 + x_1^2)^2 = (1 - x_2^2)/n_2^2(1 + x_2^2)^2$$

bzw.

$$x_1/n_1^2(1 + x_1^2)^2 = x_2/n_2^2(1 + x_2^2)^2.$$

Hier geben also die kurzen Zweige der Kurve ( $q=0$ ), die eine Achse  $A_h$  enthalten, die Richtungen gleicher Brechungsindizes, die Anfänge der langen Zweige mit den Achsen  $B_h$  die Richtungen mit gleicher Absorption der beiden Wellen. Das sind aber die früheren Resultate. —

11. Sehr leicht erledigt sich im Anschluß an die vorstehenden Resultate nun auch die Bestimmung derjenigen Richtungen, wo für beide Wellen der reelle oder der imaginäre Teil (nicht von  $0^2$ , sondern) von  $1/0^2$ , d. h. also auch

$$n^2(1 - \kappa^2) \text{ oder } 2n^2\kappa$$

den gleichen Wert hat.

Hierzu setzen wir gemäß dem zu (24) Gesagten

$$(25) \quad \begin{cases} \mu + \xi = \varrho_1 \cos \vartheta_1, & \mu - \xi = \varrho_2 \cos \vartheta_2, \\ \nu + \eta = \varrho_1 \sin \vartheta_1, & \nu - \eta = \varrho_2 \sin \vartheta_2 \end{cases}$$

und erhalten

$$(26) \quad 2v_h^2 = \varrho_h e^{i\vartheta_h} \text{ also } \frac{1}{2v_h^2} = \frac{1}{\varrho_h} e^{-i\vartheta_h}.$$

Die Bedingung für  $n_1^2(1 - \kappa_1^2) = n_2^2(1 - \kappa_2^2)$  lautet somit

$$(27) \quad \frac{\cos \vartheta_1}{\varrho_1} = \frac{\cos \vartheta_2}{\varrho_2};$$

die für  $2n_1^2\kappa_1 = 2n_2^2\kappa_2$  lautet

$$(28) \quad \frac{\sin \vartheta_1}{\varrho_1} = \frac{\sin \vartheta_2}{\varrho_2}.$$

Um den Inhalt dieser Formeln zu erkennen, sehen wir (gemäß dem zu (22) Gesagten) zunächst von der Veränderlichkeit der Größen  $\mu$  und  $\nu$  ab. Dann lassen sich beliebig viele Punkte des geometrischen Ortes der Erfüllung von (27) bzw. von (28) mit Leichtigkeit konstruieren.

In der Tat, zieht man durch den Punkt  $O$  ( $\xi = \eta = 0$ ) in Fig. 13 einen beliebigen Kreis mit dem Zentrum  $\omega$  auf der  $\xi$ -Achse, verbindet den Punkt  $\pi$  ( $\xi = \mu, \eta = \nu$ ) mit diesem Zentrum  $\omega$  und legt durch  $\pi$  normal zu der Geraden  $\pi\omega$  eine Sehne in den Kreis, so haben deren beide Endpunkte  $\delta_1$  und  $\delta_2$  gegen  $\pi$  die relativen Koordinaten  $\pm\xi, \pm\eta$ , die der Beziehung (27) entsprechen; die Endpunkte  $\tau_1$  und  $\tau_2$  der

zu  $\delta_1 \delta_2$  parallelen Strecke  $\tau_1 \tau_2$  sind sonach Punkte der durch (27) gegebenen Kurve.

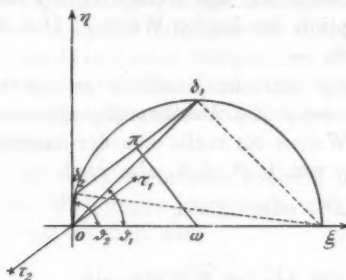


Fig. 13.

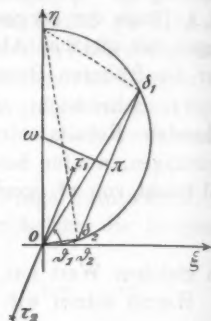


Fig. 14.

Ganz analog lassen sich die Punkte der durch (28) gegebenen Kurve bestimmen, wie dies Fig. 14 veranschaulicht.

In den Figg. 15—17 sind drei so konstruierte Kurven wiedergegeben, die von deren Verlauf für die drei Fälle  $\mu > \nu$ ,

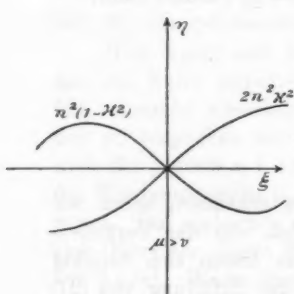


Fig. 15.

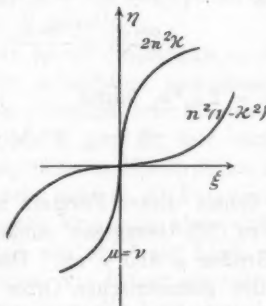


Fig. 16.

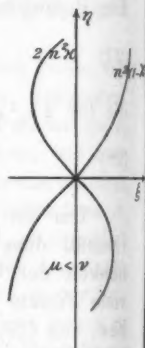


Fig. 17.

$\mu = \nu$ ,  $\mu < \nu$  eine Anschauung vermitteln. Für äußerst kleine  $\nu/\mu$  sind die beiden Kurven, für die bzw.

$$n_1^2(1 - \alpha_1^2) = n_2^2(1 - \alpha_2^2) \quad \text{und} \quad n_1^2 \alpha_1 = n_2^2 \alpha_2$$

ist, praktisch mit den  $\eta$ - und  $\xi$ -Koordinatenachsen identisch;



es entsteht hier der frühere, p. 1014 schon erörterte Fall sehr kleiner Absorption. Mit wachsendem  $\nu/\mu$  dreht sich das Kurvenkreuz in positiver Richtung, indem es sich zugleich aus gerader in gekrümmte Form wandelt.

Das hier durch Konstruktion gewonnene Resultat kann man im vorliegenden Falle auch leicht durch Rechnung gewinnen, da die Gleichungen (27) und (28) einfach genug sind, um eine direkte Diskussion zu gestatten. Dieselben lauten nämlich in rechtwinkligen Koordinaten

$$(29) \quad \begin{cases} \frac{\mu + \xi}{(\mu + \xi)^2 + (\nu + \eta)^2} = \frac{\mu - \xi}{(\mu - \xi)^2 + (\nu - \eta)^2}, \\ \frac{\nu + \eta}{(\mu + \xi)^2 + (\nu + \eta)^2} = \frac{\nu - \eta}{(\mu - \xi)^2 + (\nu - \eta)^2}; \end{cases}$$

in Polarkoordinaten ( $\xi = r \cos \varphi$ ,  $\eta = r \sin \varphi$ )

$$(30) \quad r^2 = 2\mu\nu \operatorname{tg} \varphi + (\mu^2 - \nu^2), \quad r^2 = 2\mu\nu \operatorname{ctg} \varphi - (\mu^2 - \nu^2).$$

Der Weg der Konstruktion ist insbesondere *deshalb* auch hier eingeschlagen, weil er bei dem unten (in Nr. 12) zu behandelnden Problem der viel günstigere ist.

Die letzten Formeln mögen aber benutzt werden, um das Verhalten der beiden Kurven nächst dem Koordinatenanfang, d. h. also nächst der Windungsachse klarzustellen. Hier gilt bzw.

$$\operatorname{ctg} \varphi = -\frac{2\mu\nu}{\mu^2 - \nu^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{2\mu\nu}{\mu^2 - \nu^2},$$

d. h., wenn  $\nu/\mu = \operatorname{tg} \vartheta$  ist,

$$\operatorname{ctg} \varphi = -\operatorname{tg} 2\vartheta, \quad \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} 2\vartheta,$$

oder

$$(31) \quad \varphi = \frac{1}{2}\pi + 2\vartheta, \quad \varphi = 2\vartheta.$$

Die Kurven gleicher  $n^2(1-x^2)$  und gleicher  $n^2x$  für beide Wellen schneiden sich also in der  $\xi\eta$ -Ebene orthogonal; sie schließen sich demnach in der  $\xi\eta$ -Ebene bzw. auf der Kugel in den Windungsachsen stetig aneinander.

Zieht man die Figg. 11 und 12 heran, so erkennt man nach den Kurven in Figg. 15—17 leicht, in welchem Sinne in den betrachteten Fällen die Kurven gleicher  $n^2(1-x^2)$  und gleicher  $n^2x$  von der ( $q=0$ )-Kurve abweichen. Wir wollen aber eine nähere Diskussion nicht vornehmen, da die Funktionen  $n^2(1-x^2)$  und  $n^2x$  ja nicht die uns in erster Linie interessierenden sind.

Nur eine Bemerkung sei hier noch angefügt. Im Vorstehenden sind  $\mu$  und  $\nu$  (deren Werte in (22) gegeben sind) als Konstanten behandelt worden. Die in Wahrheit vorhandene Veränderlichkeit wirkt dahin, daß die verschiedenen Kurvenpunkte mit Hilfe stetig und in engen Grenzen veränderlicher Ausgangspunkte  $\pi$  zu konstruieren sind. Der Charakter der Kurven, um den es sich hier für uns allein handelt, wird dadurch nicht wesentlich geändert.

12. Etwas umständlicher als die vorstehende Betrachtung ist die Lösung der uns hauptsächlich interessierenden Aufgabe, diejenigen Richtungen aufzusuchen, für welche beide Wellen gleiche  $n$  oder gleiche  $n\kappa$  besitzen. Hier ist anzuknüpfen an die Formel

$$\frac{1}{v_h \sqrt{2}} = \frac{1}{V q_h} e^{-1/2 i \vartheta_h},$$

welche liefert für  $n_1 = n_2$  bzw.  $n_1 \kappa_1 = n_2 \kappa_2$  die Bedingungen

$$\frac{\cos \frac{1}{2} \vartheta_1}{V q_1} = \frac{\cos \frac{1}{2} \vartheta_2}{V q_2}, \quad \frac{\sin \frac{1}{2} \vartheta_1}{V q_1} = \frac{\sin \frac{1}{2} \vartheta_2}{V q_2},$$

oder für die Anwendung bequemer

$$(32) \quad \frac{\cos^2 \frac{1}{2} \vartheta_1}{q_1} = \frac{\cos^2 \frac{1}{2} \vartheta_2}{q_2},$$

$$(33) \quad \frac{\sin^2 \frac{1}{2} \vartheta_1}{q_1} = \frac{\sin^2 \frac{1}{2} \vartheta_2}{q_2}.$$

Diese Gleichungen sind in den Koordinaten  $\xi$  und  $\eta$  vom zwölften Grade, also äußerst verwickelt. Die Konstruktion von

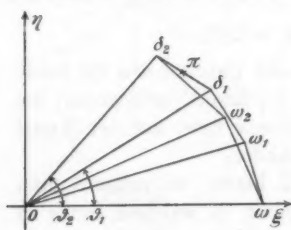


Fig. 18.

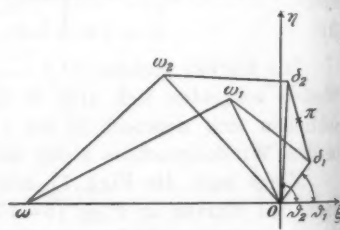


Fig. 19.

Punkten der betreffenden Kurven ist sehr einfach, solange man nicht die Parameter  $\mu$  und  $\nu$  vorschreibt, sondern sie beliebig läßt. Für die Formel (32) hat man da nur (vgl. Fig. 18)

von einem beliebigen Punkt  $\omega$  der  $+\xi$ -Achse auszugehen und über  $0\omega$  als Hypotenuse zwei rechtwinklige Dreiecke  $0\omega\omega_1$  und  $0\omega\omega_2$  mit beliebigen Winkeln  $\frac{1}{2}\vartheta_1$  und  $\frac{1}{2}\vartheta_2$  zu konstruieren. Legt man dann an die Katheten  $0\omega_1$  und  $0\omega_2$  als Hypotenusen zwei neue rechtwinklige Dreiecke mit denselben Winkeln  $\frac{1}{2}\vartheta$  und  $\frac{1}{2}\vartheta_2$  bei  $0$ , so besitzen deren freie Ecken  $\delta_1$  und  $\delta_2$  Koordinaten gegen den Mittelpunkt  $\pi$  der Strecke  $\delta_1\delta_2$ , die der Bedingung (32) genügen.

Ein analoges Verfahren liefert einzelne Punkte von Kurven, welche die Gleichung (33) befriedigen; man hat hier nur von Punkten  $\omega$  auszugehen, die auf der *negativen* Seite der  $\xi$ -Achse liegen und die Winkel der über  $\omega 0$  zu konstruierenden rechtwinkligen Dreiecke bei  $0$  größer als  $45^\circ$  zu wählen. Fig. 19 veranschaulicht die Methode.

Bei gegebenen Punkten  $\pi$  (d. h. gegebenen  $\mu$  und  $\nu$ ) scheint eine Konstruktion zugehöriger Punkte  $\delta_1$  und  $\delta_2$  nicht möglich zu sein; indessen kann man dergleichen näherungsweise finden, indem man zu einem gegebenen  $\pi$  *versuchsweise* Punktpaare  $\delta_1$  und  $\delta_2$  annimmt und zusieht, zu welchen Punkten  $\omega'$  und  $\omega''$  der  $\pm\xi$ -Achse die obigen Konstruktionen führen. Man kann dann durch Drehen der Strecke  $\delta_1\delta_2$  um  $\pi$  als Zentrum und durch Wiederholung der Konstruktion ohne zu große Mühe eine Position von  $\delta_1\delta_2$  finden, bei der  $\omega'$  mit  $\omega''$  merklich zusammenfällt, also die Gleichung (32) oder (33) erfüllt ist. Bei Punkten  $\pi$ , welche der  $\xi$ -Achse nahe liegen, erstreckt sich die Konstruktion allerdings über sehr große Bereiche der  $\xi\eta$ -Ebene und wird hierdurch ungenau und unbequem.

Für die Elemente der Kurven nächst dem Punkt  $\xi = 0$ ,  $\eta = 0$ , d. h. nächst den Windungsachsen, bestimmt sich die Lage ähnlich, wie p. 1017 gezeigt, aus (32) und (33) direkt durch eine Annäherungsbetrachtung. Setzt man  $\delta_1\pi = \pi\delta_2 = r$  und betrachtet  $r$  als klein neben  $0\pi = \rho$ , führt auch den Winkel  $\psi$  zwischen  $r$  und  $\rho$ , und  $\vartheta$  zwischen  $\rho$  und  $+\xi$  ein, so liefern die Gleichungen (32) und (33) nach einfacher Rechnung

$$\cotg \psi = -\tg \frac{1}{2}\vartheta \quad \text{bzw.} \quad \tg \psi = +\tg \frac{1}{2}\vartheta.$$

Hieraus ergeben sich die Werte

$$(34) \quad \psi = \frac{1}{2}(\pi + \vartheta) \quad \text{bzw.} \quad \psi = \frac{1}{2}\vartheta.$$

Die Kurven  $n_1 = n_2$  und  $n_1 \kappa_1 = n_2 \kappa_2$  schneiden einander im Punkt  $\xi = \eta = 0$ , also unter  $90^\circ$  und schließen ebenda mit der  $+\xi$ - und  $+\eta$ -Achse die Winkel  $90^\circ - \frac{3}{2}\vartheta$  bzw.  $\frac{3}{2}\vartheta$  ein.

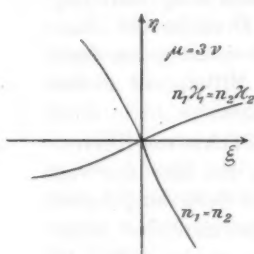


Fig. 20.

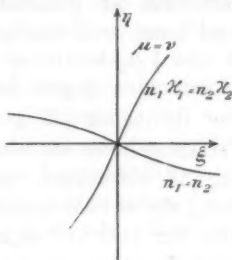


Fig. 21.

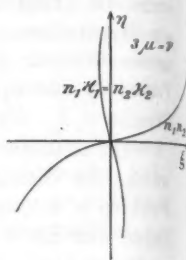


Fig. 22.

In Figg. 20—22 sind drei Beispiele für Kurven  $n_1 = n_2$  und  $n_1 \kappa_1 = n_2 \kappa_2$  dargestellt, welche den Fällen  $\mu = 3\nu$ ,  $\mu = \nu$ ,  $3\mu = \nu$  entsprechen. Bei verschwindend kleinem  $\nu/\mu$  und somit bei sehr geringer Absorption fällt die Kurve  $n_1 = n_2$  in die  $\eta$ -, diejenige  $n_1 \kappa_1 = n_2 \kappa_2$  in die  $\xi$ -Achse. Man sieht, wie bei wachsender Absorption die Kurvenkreuze sich in positiver Richtung drehen und dabei zugleich krümmen.

Geht man zu den Figg. 11 und 12 bzw. 7 und 8 zurück, so erkennt man nun auch leicht, in welchem Sinne bei verschieden großen Quotienten  $\nu/\mu$  die Kurven  $n_1 = n_2$  und  $n_1 \kappa_1 = n_2 \kappa_2$  von den beiden Zweigen der Kurve  $q = 0$  abweichen. Allerdings vernachlässigt (wie p. 1015 gesagt) die Konstruktion der Kurven 20—22 die Veränderlichkeit von  $\mu$  und  $\nu$  mit dem Ort; aber diese ist immer eine allmähliche und kann den Charakter der Kurven nicht wesentlich verändern; auch ist ihre Veränderlichkeit um so weniger bedenklich, auf ein je kleineres Bereich in der Umgebung der Windungsachsen man die Betrachtung erstreckt.

Bei kleinen  $\nu/\mu$  werden die Kurven  $n_1 = n_2$  und  $n_1 \kappa_1 = n_2 \kappa_2$  in den in Figg. 7 und 8 gezeichneten Fällen nur dadurch von den Zweigen  $\overline{AC}$  und  $\overline{CB}$  abweichen, daß die Schnittpunkte mit  $\overline{a_1 a_3}$  nach rechts rücken. In Fig. 23 ist eine solche Position durch 1 bezeichnet. Bei wachsendem  $\nu/\mu$  können dann die Deformationen viel energischer werden, so

daß die Kurven die Begrenzungen des Oktanten nicht mehr auf  $a_1 a_3$ , sondern auf  $a_1 a_2$  erreichen. Stets müssen natürlich die Kurven auf die Grenzen des Oktanten normal auftreffen, da sie sich stetig und spiegelbildlich in den Nachbaroktanten fortsetzen. Die Fig. 23 gibt in den mit 2 und 3 bezeichneten Kurven dafür Beispiele. Immer aber schließen sich in der Windungsachse  $C$  die Kurven  $n_1 = n_2$  und  $n_1 x_1 = n_2 x_2$  stetig und ohne Knick aneinander.

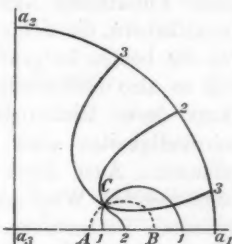


Fig. 23.

13. Die gefundenen Resultate lassen sich nun (indem wir bemerken, daß die Untersuchung triklone Kristalle fast völlig, monokline zum Teil beiseite gelassen hat, daß bei jenen aber höchstwahrscheinlich die Verhältnisse ganz analog liegen) folgendermaßen zusammenfassen.

In jedem pleochroitischen Kristall gibt es (vier) Richtungen (Windungsachsen), in denen sich zwei gleichsinnig rotierende, zirkular schwingende Wellen mit gleicher Geschwindigkeit und gleicher Absorption fortpflanzen. Diese Richtungen lassen sich mit Hilfe der beiden, den Kristall charakterisierenden Tensortripel (der Polarisations-, und der Absorptionskonstanten) leicht konstruieren bzw. berechnen.

Zwischen diesen Windungsachsen erstrecken sich kontinuierliche Fächer von Richtungen, längs deren *entweder*  $(1-x^2)/n^2(1+x^2)^2$  oder  $x/n^2(1+x^2)^2$  für beide Wellen gleiche Werte besitzen. Diese Fächer schließen sich zu geschlossenen Kegelflächen zusammen, die entweder zwei oder alle vier Windungsachsen enthalten; die durch letztere Richtungen begrenzten Teile schließen sich ohne Knick aneinander. Auf den zwei von derselben Windungsachse ausgehenden Fächerteilen ist entweder überall  $(1-x^2)/n^2(1+x^2)^2$  oder überall  $x/n^2(1+x^2)^2$  für beide Wellen gleich. Auch diese Richtungsfächer bzw. ihre Spuren auf einer Kugel vom Radius Eins lassen sich mit Hilfe der den Kristall charakterisierenden Tensortripel leicht konstruieren.

Von anderen Paaren von Funktionen der Brechungs- und der Absorptionsindizes sind in bezug auf das analoge Ver-

halten  $n^2(1+x^2)$  und  $2n^2x$ , besonders aber die für die Beobachtung wichtigsten, nämlich  $n$  und  $nx$  untersucht. Auch für diese Funktionen ließ sich nachweisen, daß sie je in Richtungsfächern, die sich zwischen den Windungsachsen erstrecken, für die beiden fortgepflanzten Wellen gleiche Werte annehmen, daß es also insbesondere (offene) Kegelflächen im Kristall gibt, längs deren Richtungen sich zwei Wellen mit gleichen Geschwindigkeiten oder aber mit gleichen Absorptionen fortpflanzen. Auch diese Kegelflächen schließen sich in den sie begrenzenden Windungsachsen ohne Knick aneinander. Ihre genauere Bestimmung ist überaus umständlich; doch ist ein Abbildungsverfahren auseinandergesetzt, das in jedem einzelnen Fall den Verlauf in Annäherung zu erkennen gestattet.

Göttingen, im September 1908.

(Eingegangen 6. Oktober 1908.)

#### 4. *Ein optisches Paradoxon;* *von W. Voigt.*

In dem vorstehenden Aufsatz ist Bezug genommen auf das Resultat der Theorie, daß es in jedem pleochroitischen Kristall Richtungen (Windungsachsen) gibt, in denen sich zwei zirkular gleichsinnig rotierende Wellen mit gleicher Geschwindigkeit und mit gleicher Absorption fortpflanzen. Die einfache geometrische Anschauung zeigt nun, daß zwei solche Wellen jederzeit eine einzige mit den Teilwellen gleichsinnig rotierende Welle liefern, deren Amplitude sich leicht aus den Teilamplituden und der Phasendifferenz der beiden Einzelwellen konstruieren läßt. Die obige Aussage scheint also mit der anderen äquivalent zu sein, daß *sich in jeder Windungsachse nur eine zirkular schwingende Welle fortpflanzt.*

Dies Resultat würde eine sehr merkwürdige Folgerung ergeben. Wenn man nämlich an den Kristall normal zu einer Windungsachse eine Fläche anschleife und normal eine zirkular schwingende Welle von einem Rotationssinn auffallen ließe, welcher demjenigen der Wirbelachse entgegengesetzt ist, so müßte diese Welle in normaler Richtung total reflektiert werden.

Aber die beiden zirkular schwingenden Wellen, die sich längs einer Wirbelachse fortpflanzen, sind in dem pleochroitischen Kristall nur der *Grenzfall* zweier elliptischer Wellen, die in ähnlichen und gekreuzt liegenden Bahnen schwingen und verschiedene Geschwindigkeiten besitzen. Es bietet keine Schwierigkeit, das Problem der normalen Reflexion beliebig polarisierten Lichtes an einer Fläche zu lösen, deren Normale ein wenig gegen eine Windungsachse geneigt ist, und dann zu dem Grenzfall überzugehen, wo die reflektierende Fläche normal zur Windungsachse ist. Ich habe die betreffende Rechnung vor längerer Zeit unter der Annahme

schwacher Absorption durchgeführt und das Resultat mitgeteilt.<sup>1)</sup>

Man findet in diesem Falle, daß die beiden im Kristall fortgepflanzten zirkularen Wellen je eine unendliche Amplitude besitzen, aber zusammen jederzeit nur eine *endliche* zirkulare Schwingung liefern. Die Reflexion ergibt sich *nicht* als total, sondern als partiell.

*Die geometrisch unmittelbar evidente Äquivalenz zweier gleichsinnig rotierenden, gleich schnell fortschreitenden und gleich stark absorbierten zirkularen Wellen mit einer einzigen ist somit nicht für alle Folgerungen zutreffend.*

Mir schien dieses Paradoxon merkwürdig genug, um darauf aufmerksam zu machen.

Göttingen, im September 1908.

---

1) W. Voigt, Göttinger Nachr. 1902, Heft 5.

(Eingegangen 6. Oktober 1908.)



## 5. *Über positive Strahlen;* *von W. Wien.*

Erste Abhandlung.

(Der erste Teil ist in den Ber. der K. bayer. Akad. der Wissensch. 38.  
Heft 1. p. 55. 1908 erschienen.)

### I. Bildung und Neubildung positiver Ionen.

Bekanntlich unterscheiden sich die als Kanalstrahlen bekannten positiven Strahlen wesentlich dadurch von den negativen Kathodenstrahlen, daß sie in einem magnetischen Felde nicht gleichmäßig abgelenkt werden. Es treten vielmehr alle Ablenkungen von der geraden Richtung stetig bis zu einem größten Betrage auf. Die größte Ablenkung ist dieselbe, die ein positives Atom des Gases bei der Geschwindigkeit erfahren würde, die es unter Beschleunigung der vollen Entladungsspannung erlangt.

Es sind verschiedene Annahmen gemacht, um diese ungleichmäßige Ablenkung zu erklären. Ich hatte zunächst an Vergrößerung der Massen der einzelnen positiven Teilchen gedacht,<sup>1)</sup> die durch Auseinanderlagerung vieler Atome zustande kommen könnte. Da auch sonst, namentlich in Flammen, auf die Existenz zusammengeballter Moleküle geschlossen ist, so war diese Hypothese die nächstliegende.

Die Herren Stark und Mie hatten die Hypothese vorgezogen,<sup>2)</sup> daß ein Teil der positiven Ionen an verschiedenen Stellen der Bahn elektrisch neutral geworden und so nur auf einem Teil der Bahn den ablenkenden magnetischen Kräften ausgesetzt gewesen sei. Dieser Annahme widersprachen einige Versuche, die ich früher angestellt habe, so daß ich an eine Umkehrung der Hypothese dachte,<sup>3)</sup> wonach ein großer Teil der positiven Ionen als elektrisch neutral die Durchbohrung der Kathode verläßt; die einzelnen Ionen laden sich dann an

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 9. p. 664. 1902.

2) J. Stark, Physik. Zeitschr. 4. p. 581. 1903.

3) W. Wien, Ann. d. Phys. 13. p. 667. 1904.

verschiedenen Stellen wieder durch Abspaltung eines negativen Ions und müssen dann auch verschieden abgelenkt werden, je nachdem sie eine verschieden lange Strecke im magnetischen Felde in geladenem Zustande zurückgelegt haben.

Versuche, die zwischen allen diesen Möglichkeiten, oder Kombinationen von ihnen, entscheiden könnten, fehlen.

Andererseits ist die Frage von größter Wichtigkeit nicht nur für die theoretischen Vorstellungen, sondern auch für alle quantitativen Messungen an positiven Strahlen.

Da mir diese Lücke bei meinen Messungen der von den positiven Ionen ausgestrahlten Energie besonders fühlbar geworden war, weil die Bestimmung der Zahl der Ionen durch die transportierte Elektrizitätsmenge unsicher blieb, so suchte ich vor allem diese zweifelhafte Frage aufzuklären. Zunächst versuchte ich die Zahl der auf einer verhältnismäßig kurzen Strecke (5 mm) der Bahn positiv bleibenden einfachen Gasionen zu bestimmen. Die positiven Strahlen durchliefen, nachdem sie aus einem 4 mm weiten Loch einer Aluminiumkathode *K* ausgetreten waren, eine Strecke von 5 mm und gingen dann in eine 5 mm weite Öffnung eines zweiten Aluminiumzylinders *C*. (Fig. 1.) Zwischen *K* und *C* konnte eine

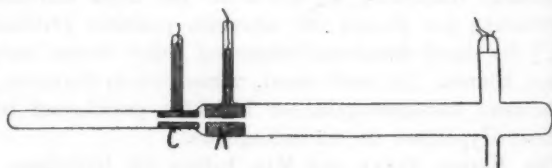


Fig. 1.

Spannung angelegt werden, welche die positiven Ionen wieder verzögerte. Das aus *C* austretende Bündel wurde nun schräg mit dem Kollimator eines großen Spektrometers anvisiert und die nach dem Dopplerschen Prinzip verschobene Linie des Wasserstoffs  $H\beta$  beobachtet. Die Helligkeit der Linie konnte nach einem früher beschriebenen Verfahren<sup>1)</sup> gemessen werden. Es zeigte sich nun jedoch, daß die Helligkeit der Linie nicht in beobachtbarer Weise beeinflusst wurde, selbst als die gegen-

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 23. p. 419. 1907.

geschaltete Spannung die dreifache der maximalen Entladungsspannung betrug (28000 Volt gegen 9000 Volt, beide mit Funkenstrecken gemessen). Zur Erzeugung der Entladungsspannung diente ein Induktorium, zur Erzeugung der verzögernden Spannung eine 20plattige Influenzmaschine. Hieraus geht hervor, daß kein erheblicher Teil der leuchtenden Strahlen auch nur auf den dritten Teil der Strecke von 5 mm aus positiv geladenen einfachen Atomen besteht. Ein quantitativer Aufschluß ergibt sich aus diesem Versuch nicht, ebensowenig eine Entscheidung, ob wir es mit Molekülen großer Maße oder mit neutralen Atomen zu tun haben, die während verschieden langer Zeit positiv geladen sind.

Es wurden nun Versuche mit einer ganz anderen Versuchsanordnung gemacht. Die Entladungsröhre  $R$  befindet sich in einem Eisenzylinder, der mit der Eisenplatte  $P_1$  von 3 cm Dicke, welche die Eisenkathode  $K_1$  fortsetzt, abgeschlossen ist. Die Durchbohrung der Eisenkathode hat einen Durchmesser von 5 mm. In einer Entfernung von 6 cm befindet sich in der Röhre eine zweite Eisenkathode  $K_2$ , die ebenfalls nach außen durch die Eisenplatte  $P_2$  fortgesetzt wird.  $P_1$  und  $P_2$  sind miteinander und mit der Erde metallisch verbunden. Zwischen den Platten  $P_1$  und  $P_2$  befinden sich die Pole

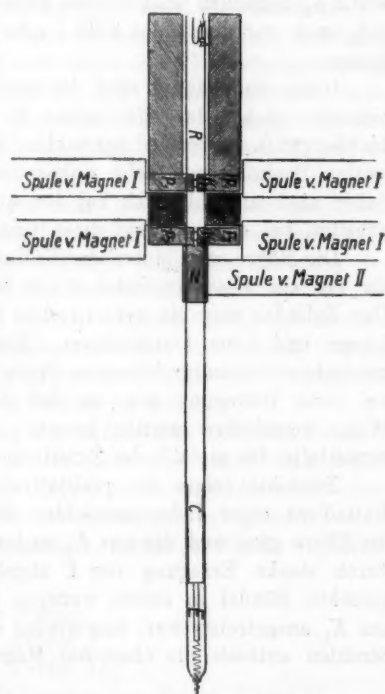


Fig. 2.

eines starken Elektromagneten, die aus Lamellen von Trans-

formatoreisen zusammengesetzt sind und sehr gleichmäßige Felder geben. Wir nennen dieses magnetische Feld I. Auf der anderen Seite von  $P_2$  befindet sich das Feld II eines zweiten Elektromagneten, dessen oberes Polstück  $N$  in der Zeichnung sichtbar ist. Die Kraftlinien der beiden Magnetfelder stehen also senkrecht aufeinander, was übrigens für die Versuche unwesentlich ist.

Man kann durch diese Vorrichtungen, die aus  $K_1$  austretenden positiven Strahlen zunächst in ein magnetisches Feld I treten lassen und dann, nachdem sie durch das Eisenstück  $K_2$  gegangen sind, in das Feld II. Man kann sie natürlich auch nur durch das Feld I oder nur durch II beeinflussen lassen.

Ganz unabhängig sind die beiden Felder I und II voneinander nicht, da jedes etwas in das Gebiet des anderen hinübergreift. Aber bei schwachen Feldstärken ist die gegenseitige Beeinflussung sehr unbedeutend. Mit solchen wurde daher auch ausschließlich bei den quantitativen Versuchen gearbeitet, bei denen es auf diese Unabhängigkeit ankam.

Die Röhre war hinter der Kathode  $K_2$  noch 1 m lang. In ihr war ein Messingzylinder  $C$  von 20 cm Länge verschiebbar. Der Zylinder trug ein zylindrisches Stück Eisen  $E$  von 10 cm Länge und 1 cm Durchmesser. Eine außen über die Röhre geschobene stromdurchflossene Spule nahm den Eisenzylinder bei ihrer Bewegung mit, so daß der Zylinder in beliebiger Weise verschoben werden konnte. Eine lange Drahtspirale vermittelte die metallische Zuleitung zum Zylinder  $C$ .

Zunächst zeigte ein qualitativer Versuch, daß, wenn die Entladung einer Influenzmaschine zwischen  $A$  und  $K_1$  durch die Röhre ging und die aus  $K_1$  austretenden positiven Strahlen durch starke Erregung von I abgelenkt wurden, das unabgelenkte Bündel in seiner weiteren Fortsetzung, nachdem es aus  $K_2$  ausgetreten war, nun wieder ebenso starke ablenkbare Strahlen enthielt als ohne das Magnetfeld I.<sup>1)</sup> Da von den

1) Eine offenbar hiermit zusammenhängende Beobachtung, daß nämlich hinter einem, in einem magnetischen Felde befindlichen Diaphragma noch stärker ablenkbare Strahlen existieren, machte vor mehreren Jahren schon zufällig Herr Rau im hiesigen Institut, ohne daß seine Versuchsanordnung definitive Schlußfolgerungen gestattet hätte.

positiven Strahlen, die bei  $K_1$  austraten, alle ablenkbaren durch das Feld I abgelenkt waren, so müssen sich also auf dem weiteren Wege neue positive Teilchen gebildet haben. Daß hier auch die ablenkbarsten wieder vorhanden sind, zeigte die folgende Beobachtung.

Bei starkem magnetischen Feld II erschien seitlich an der Röhrenwand der Fluoreszenzfleck der Kanalstrahlen. *Die Lage dieses Fleckes wurde durch Erregung des Feldes I nicht im mindesten beeinflusst*, sondern nur die Intensität ein wenig geschwächt.

Hier entsteht nun zunächst die Frage, ob diese neuen ablenkbaren Strahlen nicht dadurch entstanden sind, daß auch  $K_2$  als Kathode wirkt, so daß durch einen Entladungsvorgang, der in den Raum zwischen  $K_1$  und  $K_2$  hinübergreift, neue Kanalstrahlen entstehen. Es wurde daher zunächst bei den verschiedensten Spannungen untersucht, ob zwischen  $K_1$  und  $K_2$  Kathodenstrahlen entstehen. Denn wenn hier wirklich ein Entladungsvorgang auftritt, wie man ihn tatsächlich manchmal bei ähnlichen Anordnungen beobachtet, so müssen hier auch Kathodenstrahlen entstehen. Durch schwache Erregung des Feldes I müßte man diese Kathodenstrahlen aus dem Bündel ablenken und beobachten können. Indessen zeigt sich niemals auch nur eine Spur von Kathodenstrahlen zwischen  $K_1$  und  $K_2$ .

Es erschien nun vor allem erwünscht, die Verhältnisse durch quantitative Messung weiter zu klären.

Wenn nach Ablenkung der vorhandenen positiven Strahlen aufs neue positive Strahlen entstehen, so muß man durch Messung der aufgefangenen Elektrizitätsmenge Aufschluß darüber erhalten, wie viel positive Teilchen sich neu geladen haben.

Man mißt bei feststehendem Auffänger  $C$  die Strahlenmenge

1. Ohne magnetische Felder,
2. bei Erregung des Feldes I,
3. bei Erregung des Feldes II,
4. bei gleichzeitiger Erregung des Feldes I und II.

Die Kombination von 1 und 3 ergibt uns die prozentische Schwächung der positiven Strahlen durch Einwirkung von Magnetfeld II auf das ungeschwächt aus  $K_2$  tretende Bündel.

Die Kombination 2 und 4 ergibt uns die entsprechende Schwächung des durch Einwirkung des Feldes I bereits an Ionen ärmer gewordenen Bündels.

Sind in beiden Fällen die Schwächungen prozentisch gleich, so ist zu schließen, daß die Neubildung der positiven Ionen immer im Verhältnis der Gesamtzahl der in Bewegung befindlichen Atome geschieht, so daß immer ein bestimmter Prozentsatz positiv geladen bleibt.

Der Empfänger *C* befand sich in einer Entfernung von 35 cm von  $K_2$ . Da sein Vorderende offen war, so konnte auch das stark verbreiterte Bündel der Kanalstrahlen ungehindert eindringen. Der Strom wurde an einem Siemensschen Galvanometer nach d'Arsonval gemessen, dessen Empfindlichkeit durch passende Nebenschlüsse reguliert werden konnte.

Im folgenden sind die Beobachtungen zusammengestellt:

Kanalstrahlen in Wasserstoff.

Spannung in Volt	Ablenkung in Skalenteilen				Stromstärke nach Schwächung durch Magnetfeld II in Prozenten der ursprünglichen	
	ohne Magnet- feld	Magnet- feld I	Magnet- feld II	Magnet- feld I u. II	ohne	mit Magnetfeld I
12900	150	60	90	37	60 Proz.	61 Proz.
8100	40	25	29	18	72 „	72 „
10500	140	100	100	70	71 „	70 „
4800	210	140	160	105	76 „	75 „
6000	280	180	230	150	82 „	83 „
3500	85	58	62	45	73 „	77 „

Obwohl die Übereinstimmung der beiden letzten Vertikalreihen so gut ist, als die Beobachtungsfehler es irgend zulassen, so schien es mir doch notwendig, die Strahlen unter möglichst veränderten Bedingungen aufzufangen.

Fig. 3 zeigt einen Auffänger *C*, der aus einem 10 cm langen Messingzylinder von 2 cm Durchmesser besteht, der vorn bis auf eine zentrale Öffnung von 5 mm Durchmesser

geschlossen ist. Vermöge einer durch die feste Mutter *M* laufenden Schraube, die durch den Schliff *S* gedreht wird, ist die Lage von *C* veränderlich. *C* verschiebt sich in einem Glasrohr, das vorn durch einen Messingdeckel geschlossen ist,

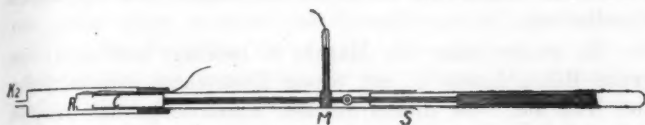


Fig. 3.

durch den eine Öffnung von 6 mm gebohrt ist. Dieser Messingdeckel ist zur Erde abgeleitet. Die Entfernung des Auffängers von *K<sub>2</sub>* betrug 10 cm.

Bei den Beobachtungen wurde auch noch das Gas geändert und sowohl mit Luft wie mit Wasserstoff Messungen angestellt (Tab. 1).

Tabelle 1.

	Ablenkung in Skalenteilen				Stromstärke nach Schwächung durch Magnetfeld II		
	ohne Magnetfeld	Magnetfeld I	Magnetfeld II	Magnetfeld I u. II	ohne Magnetfeld I	mit Magnetfeld I	
Luft	37	29	16	12	43 Proz.	41 Proz.	} Magnetfeld I verstärkt
"	46	32	18	13	39	41	
"	16	10	5	3	31	30	
Wasserstoff	120	80	42	28	35	35	
"	150	100	54	32	36	32	
"	155	110	48	32	31	39	

Man sieht auch aus dieser Tabelle, daß in der Tat die beiden letzten Vertikalreihen ziemlich gut miteinander übereinstimmen.

Weitere Beobachtungen wurden nun in der Weise gemacht, daß der Empfänger um 35 cm weiter von *K<sub>2</sub>* entfernt wurde, so daß die Strahlen einen weit längeren Weg zu durchlaufen

haben. Wenn sich nach der Verminderung der positiv geladenen Teilchen durch das Magnetfeld I wieder der gleiche Zustand im Strahlenbündel herstellt, wie sie ohne Einwirkung des Magnetfeldes herrscht, so muß die prozentische Abnahme durch das Magnetfeld in beiden Stellungen des Auffängers dieselbe sein.

Es wurde daher der Magnet II beseitigt und dafür die ganze Röhre hinter  $K_2$  mit einem Eisenschutz versehen, der zum Teil aus 1 cm dicken Stücken zusammengesetzt war, so daß die obere Lage leicht abgenommen werden konnte. Dies war erforderlich wenn der Empfänger verschoben werden sollte, weil dann die Spule auf der Röhre verschoben werden mußte. Wir wollen die beiden Stellungen des Empfängers mit  $A$  und  $B$  bezeichnen.  $A$  soll die vordere Stellung sein,  $B$  die hintere. Da bei  $A$  die Intensität erheblich größer war, so wurde hier die Empfindlichkeit des Galvanometers verringert.

Die folgende Tab. 2 enthält die Beobachtungen:

Tabelle 2.

Spannung in Volt	Stellung A		Übrig- bleibender Strom	Stellung B		Übrig- bleibender Strom
	Ohne Magnet- feld I	Mit Magnet- feld I		Ohne Magnet- feld I	Mit Magnet- feld I	
11400	135	110	82 Proz.	75	60	80 Proz.
6300	40	32	80	10	8	80
6300	47	38	81	10	8	80
9600	90	70	78	10	8	80
7000	290	240	83	32	26	81
7000	240	200	83	30	26	83

Die auch hier sich zeigende Übereinstimmung ist geeignet, die aus den zuerst erwähnten Beobachtungen zu ziehenden Schlüsse zu stützen, obwohl jenen eine größere Beweiskraft zukommt.

Zusammenfassend können wir sagen, daß die Hypothese, daß die verschiedene Ablenkbarkeit der positiven Strahlen dadurch hervorgerufen wird, daß den Ionen verschieden große Massen



beizulegen sind, aufgegeben werden muß. Die verschiedene Ablenkbarkeit rührt vielmehr daher, daß die Ionen verschieden lange Strecken ihres Weges im geladenen Zustande zurücklegen. Besonders eigentümlich ist aber das aus Tab. 1 und 2 zu folgernde Ergebnis, daß die Ionen des Kanalstrahlenstromes von selbst einen gewissen Gleichgewichtszustand annehmen, in welchem das Verhältnis der Anzahl der geladenen zu den ungeladenen Teilchen immer dasselbe ist. Dieser Gleichgewichtszustand stellt sich von selbst wieder her, wenn durch magnetische Ablenkung ein Teil der positiv geladenen Teilchen fortgenommen wurde.

Wir müssen daher annehmen, daß alle Teilchen des Kanalstrahlenstromes gleichmäßig beteiligt sind an den sich im weiteren Verlaufe abspielenden Prozessen, die wir wohl in der Hauptsache als einen *Dissoziationsprozeß zwischen Atomen und Elektronen* aufzufassen haben. In den fortbewegten Atomen ist immer nur ein bestimmter Teil dissoziiert und nur so lange den äußeren magnetischen Kräften unterworfen.

Da die Dissoziation zwischen den einzelnen Atomen fortwährend abwechselt, so sind einzelne nur während kurzer Zeit, andere längere Zeit dissoziiert. Daß wir immer den Überschuß der positiven Ladungen beobachten, während der Auffänger bei bloßer Dissoziation keinen Strom liefern könnte, zeigt an, daß unter den Versuchsbedingungen die negativen Elektronen größtenteils das Kanalstrahlenbündel verlassen.

Mit Sicherheit geht aus den Beobachtungen hervor, daß der beobachtete positive Strom der Kanalstrahlen nichts Unmittelbares mit dem eigentlichen Entladungsvorgang zu tun hat. In der Entladung muß sich allerdings die erste Trennung des Atoms von den Elektronen vollziehen, es tritt hier die Beschleunigung der Atome durch die elektrischen Kräfte des Feldes ein. Aber nachdem die Atome eine größere Strecke im Gasraum zurückgelegt haben, neutralisiert sich immer eine bestimmte Anzahl während die übrigen geladen sind.

## II. Verhalten im hohen Vakuum.

Die weitere Untersuchung sollte nun zunächst Aufschluß darüber geben, wie sich die Verhältnisse in einem sehr hohen

Vakuum gestalten. Da es nicht möglich ist, die Kanalstrahlen durch einen festen Körper gehen zu lassen und zu ihrer Erzeugung ein Gasrest in der Entladungsröhre erforderlich ist, so war die Möglichkeit, Kanalstrahlen in einem sehr hohen Vakuum zu haben, nur in folgender Weise gegeben. Die an der Kathode  $K_1$  der Entladungsröhre  $E$  (Fig. 4) erzeugten Kanalstrahlen gehen durch die Durchbohrung von  $K_1$ , dann durch die Kapillare  $C$  von 6 cm Länge und 2 mm Durchmesser. Nach dem Verlassen der Kapillare treten sie in eine weite Röhre, den eigentlichen Beobachtungsraum, wo die beiden durchbohrten Eisenelektroden  $K_2$  und  $K_3$  eingesetzt sind.

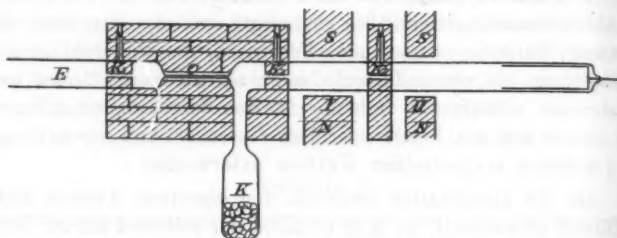


Fig. 4.

Zwischen  $K_2$  und  $K_3$  befindet sich, wie früher, der Magnet I, hinter  $K_3$  der Magnet II. Unmittelbar hinter dem Ende der Kapillare  $C$  ist eine 2 cm weite Röhre angesetzt, die das mit Kohle gefüllte Gefäß  $K$  trägt. Durch Kühlen des Gefäßes mit flüssiger Luft wird in dem Beobachtungsraum ein hohes Vakuum erzielt. Allerdings strömt aus der Entladungsröhre beständig etwas Gas durch die Kapillare ein, diese Gasmenge wird aber sofort von der Kohle aufgenommen.

Da nun die Entladungsröhre fortwährend Gas verliert, so muß durch eine feine und lange Kapillare beständig Luft in die Entladungsröhre nachströmen. Durch Regulieren des Druckes hat man es in der Hand, in der Entladungsröhre das Vakuum auf beliebiger Höhe zu halten.

Die Beobachtungen ergeben hier folgendes (sie sind sämtlich mit Luftfüllung gemacht):

Spannung in Volt	Ablenkung in Skalenteilen				Stromstärke nach Schwächung durch Magnetfeld II in Proz. des ursprüng- lichen Stromes	
	Ohne Magnet- feld	Magnet- feld I	Magnet- feld II	Magnet- feld I u. II	Ohne Magnetfeld I	Mit Magnetfeld I

## Mit flüssiger Luft

30000	104	70	73	50	70 Proz.	70 Proz.
24000	122	93	88	66	76	75
28000	100	65	70	46	70	70
3000	10	6	5	3	60	60

## Ohne flüssige Luft. Magnetfelder schwächer.

8000	42	18	22	10	52 Proz.	55 Proz.
"	38	16	23	10	60	62
"	62	28	42	18	68	65
12000	106	52	83	42	79	80
13000	95	43	68	30	72	70
"	60	17	38	10	63	60

## Mit flüssiger Luft.

20000	95	83	90	75	94 Proz.	90 Proz.
"	120	157	115	150	96	95
"	150	117	145	114	97	97

Man sieht vor allem, daß die magnetische Einwirkung im hohen Vakuum sehr viel geringer ist als sonst. Es muß indessen besonders betont werden, daß diese Versuche nur mit Luft nicht mit Wasserstoff ausgeführt wurden, weil der Wasserstoff von der gekühlten Kohle in viel geringerem Betrage absorbiert wird. Ob die geringere magnetische Einwirkung darauf zurückzuführen ist, daß durch die Kühlung mit flüssiger Luft die Wasserdampfreste beseitigt und dadurch der Wasserstoff vermieden wird, wie ich es schon früher beobachtet habe, muß zunächst dahingestellt bleiben.

Jedenfalls zeigte sich auch hier eine Übereinstimmung der beiden letzten Vertikalreihen und man muß annehmen, daß

die Regeneration der Kanalstrahlen auch im hohen Vakuum in der gleichen Weise erfolgt.

### III. Einfluß magnetischer Felder auf Lichtemission und Elektrizitätsmenge positiver Strahlen.

Nachdem die vorher geschilderten Versuche gezeigt hatten, daß bei den Kanalstrahlen sich immer wieder von selbst ein Zustand herstellt, bei dem die Ionen sich nicht alle gleich verhalten, sondern die positive Ladung verschieden lange von einzelnen getragen wird, schien es von besonderer Wichtigkeit zu sein, die Lichtemission der Kanalstrahlen von diesem neuen Gesichtspunkt aus zu untersuchen. Hierbei fragt es sich besonders, ob die Atome, welche verschieden lange positiv geladen bleiben, Unterschiede in der Lichtemission aufweisen. Für die wichtige Frage der Erzeugung des Lichtes darf man hoffen, auf diesem Wege neue Tatsachen aufzufinden.

Es wurde zunächst im wesentlichen die von mir oft gebrauchte Anordnung gewählt, wo die Kanalstrahlen durch eine Eisenkathode hindurchgehen und dann zwischen die Pole eines Elektromagneten gelangen, während die eigentliche Entladung, durch dicke Eisenzylinder geschützt, den magnetischen Kräften in sehr vermindertem Maß ausgesetzt ist. Es ist mir dabei schon früher aufgefallen, daß die unmittelbar aus der Eisenkathode hervorkommenden Kanalstrahlen durch das magnetische Feld in ihrer Lichtemission keine merkbare Veränderung zeigen. Es fragt sich nun, ob auch die von den Kanalstrahlen transportierte Elektrizitätsmenge durch den Magneten zunächst in unmittelbarer Nähe der Kathode unbeeinflusst blieb. Um nun überhaupt eine ständige Vergleichung der Verminderung der Lichtintensität und der transportierten Elektrizitätsmenge durch den Magneten durchführen zu können, wurde das Rohr, in das die Kanalstrahlen eindringen, sehr lang, etwa 1,5 m, gewählt. In diesem Rohr konnte ein vorne offener und hinten geschlossener hohler Messingzylinder, dessen Wände 1 mm stark waren und sich dicht an die Glaswand der Röhre legten, durch eine übergeschobene stromdurchflossene Spule beliebig in der Richtung der Röhrenachse verschoben werden. Der Zylinder war durch eine lange dünne Messingspirale metallisch, mit einem Depretzgalvanometer verbunden, so daß

der aufgefangene Strom gemessen werden konnte. Äußere Schutzringe verhinderten einen Strom durch die möglicherweise hygroskopische äußere Röhrenfläche.

Die photometrische Messung beschränkt sich im allgemeinen auf eine Messung der gesamten Lichtintensität, die von den Kanalstrahlen an einer bestimmten Stelle der Röhre ausgesandt wurde. Zwar wurden auch einige Messungen mit einem Spektrographen angestellt, indem das Licht der Kanalstrahlen mit und ohne magnetischen Feldern auf derselben Platte nebeneinander photographiert wurde. Dieser Versuch bestätigte indessen lediglich die direkte Beobachtung und zeigte ferner, daß auch die nach dem Dopplerschen Prinzip verschobenen Linien im magnetischen Felde in der Nähe der Kathode keine Intensitätsänderung erfahren.

Die direkte photometrische Messung geschah in der Nähe der Kathode durch ein Leonhard Webersches Photometer, wobei als Vergleichslichtquelle eine Glühlampe benutzt wurde, der durch farbige Gläser die Färbung des Kanalstrahlenbündels erteilt wurde. Da hier die Lichtintensität, wie die Beobachtungen zeigen, fast nicht im magnetischen Felde sich ändert, so hat die tatsächliche Verschiedenheit der Farbe zum Vergleich benutzten Lichtquelle keinerlei in Betracht kommende Fehler zur Folge.

In größerer Entfernung von der Kathode zerstreuen sich die Kanalstrahlen und nehmen dann den ganzen Querschnitt der Röhre, gleichmäßig leuchtend, ein. Hier ist nun die Lichtintensität so verringert, daß mit dem Weberschen Photometer exakte Messungen nicht mehr zu machen waren. Es ist bei so geringen Lichtstärken erforderlich, größere gleichmäßig erhellte Flächen zu vergleichen, als sie bei dem Photometer gebräuchlich sind. Da, wie sich zeigen wird, in größerer Entfernung die Lichtintensität stärker durch den Magneten beeinflusst wird, mußte, um von Fehlerquellen physiologischer Art bewahrt zu sein, die Vergleichslichtquelle in der Farbenzusammensetzung nicht nur subjektiv für höhere Lichtintensität, sondern objektiv für jede Intensität mit dem Kanalstrahlenlicht identisch sein. Die photometrische Anordnung war hier die folgende. Vor dem zylindrischen Auffänger wurde ein etwa 5 cm langes Stück der 3 cm weiten Röhre abgegrenzt und das übrige

Licht der Röhre abgeblendet. Unmittelbar neben die Röhre wurde ein Milchglasstück von gleichen Abmessungen gestellt. Dieses Milchglasstück wurde durch das Licht einer Geisslerschen Röhre erhellt, die auf einer Bank verschoben werden konnte. Die Geisslersche Röhre war mit Wasserstoff gefüllt und zur Beobachtung kamen nur Wasserstoffkanalstrahlen.

Die Photometrie geschah nun durch Verschieben der Geisslerschen Röhre auf der Bank und gab auch bei der schwachen Lichtintensität eine Genauigkeit von etwa 8 Proz.

Das Verhalten der Lichtintensität der Kanalstrahlen ist nun, während ein starkes magnetisches Feld unmittelbar hinter der Kathode auf die gerade hervorkommenden Kanalstrahlen einwirkte, höchst merkwürdig. Während nämlich das Bündel zunächst gar nicht in seiner Lichtemission durch den Magneten beeinflusst wird, ist dies in seinem weiteren Verlauf immer mehr der Fall und in größerer Entfernung, wo die Kanalstrahlen bereits ganz diffus geworden sind, ist die Einwirkung des Magnetfeldes eine sehr erhebliche, obwohl sie hier bereits längst das starke Magnetfeld verlassen haben. Etwas kompliziert wird der Vorgang dadurch, daß ein Teil der Kanalstrahlen magnetisch abgelenkt wird. Dies hat zur Folge, daß die stark abgelenkten Strahlen die Wand der Röhre treffen und dort größtenteils absorbiert werden. Die hauptsächlichste Schwächung des Lichtes durch das Magnetfeld nach Zurücklegen eines längeren Weges hat aber nichts mit dieser magnetischen Ablenkung zu tun. Es läßt sich dies am besten durch Messung der transportierten Elektrizitätsmenge beweisen. Die Beobachtungen zeigen nämlich, daß die Erregung des Magneten den Kanalstrahlenstrom, der auf den Auffänger fällt, sehr wesentlich, unter Umständen auf den dritten Teil und weniger schwächt, auch wenn der Auffänger in unmittelbarer Nähe der Kathode gebracht wird.

Hieraus geht hervor, daß bei Erregung des Magneten sehr viel weniger positive Teilchen aus der Kathode heraus treten, während die Lichtemission fast gar nicht geschwächt ist. Trotz des magnetischen Schutzes bleibt doch ein Rest des magnetischen Feldes zurück, wie man an der Ablenkung der Kathodenstrahlen beobachten kann. Hierdurch werden nun offenbar auch die ablenkbareren Kanalstrahlen soweit ab-

gelenkt, daß sie die Durchbohrung der Eisenkathode nicht mehr durchlaufen können. Diese ablenkbaren Strahlen sind diejenigen, welche am längsten ihre positive Ladung beibehalten und daher den Hauptteil des Kanalstrahlenstromes ausmachen. Wenn nun trotz des Fehlens dieses Teiles die Lichtemission so gut wie gänzlich ungeschwächt bleibt, so folgt hieraus, daß *die weniger ablenkbaren Kanalstrahlen die eigentlichen Träger der Lichtemission sind.*

Ob die Kanalstrahlen überhaupt im positiv geladenen Zustand leuchten und ob nicht vielmehr die Lichtemission an das ungeladene Atom gebunden ist, läßt sich aus diesen Versuchen noch nicht entscheiden.

Wenn man den Auffänger des Kanalstrahlenstromes allmählich von der Kathode entfernt, so findet man, daß die Schwächung des Stromes durch den Magneten langsam zunimmt. Es ist dies eine notwendige Folge der magnetischen Ablenkung der Kanalstrahlen, in denen sich nach den früheren Versuchen wieder neue ablenkbare Teilchen gebildet haben. Vergleicht man die Schwächung der Lichtintensität mit derjenigen des Stromes, so nimmt mit zunehmender Entfernung von der Kathode die erstere viel stärker zu als die letztere.

Die Beobachtungen sind in der folgenden Tabelle (p. 1040) zusammengestellt. Man sieht, daß soweit die Beobachtungen reichen, *schließlich in größerer Entfernung die Schwächung der Lichtemission mit derjenigen des Stromes übereinstimmt.* Die Entfernung, welche die Kanalstrahlen durchlaufen müssen, damit die Lichtemission in derselben Weise geschwächt wird wie der Strom, hängt wesentlich von der Spannung, d. h. also von der Geschwindigkeit der Kanalstrahlen ab. *Bei höherer Spannung ist diese Wegstrecke größer als bei niedriger Spannung.*

Diese Beobachtungen bestätigen aufs neue, daß die Kanalstrahlenteilchen einem Gleichgewichtszustande zustreben, der sich, wenn gestört, von selbst wieder herstellt. Wenn daher durch den Magneten die stärker ablenkbaren, aber wenig Licht emittierenden Teilchen ausgeschieden sind, haben wir zunächst den noch nicht wiederhergestellten Gleichgewichtszustand, in welchem die Lichtemission größer ist als sie der Zahl der vorhandenen Atome entspricht. Allmählich nimmt dann die Lichtintensität ab, bis sich wieder die Lichtemission der Anzahl der vorhandenen Atome anpaßt.



Spannung in Volt	Abstand von der Elektrode	Intensität nach der Magneterregung in Prozenten des Wertes ohne Magneterregung		Spannung in Volt	Abstand von der Elektrode	Intensität nach der Magnetisierung in Prozenten des Wertes ohne Magneterregung	
		der Helligkeit	des Stromes			der Helligkeit	des Stromes
1800	330	35	35	17000	1060 A	68	76
2700	"	24	24	"	" B	42	38
"	"	24	25	"	" A	67	72
2600	50	100	49	"	" B	42	37
"	"	99	"	12000	650 A	89	77
"	"	92	"	"	" B	67	42
"	"	98	"	"	" A	88	78
2700	100	100	53	"	" B	64	40
"	"	92	53	10200	120	91	24
"	"	94	53	"	"	100	25
"	"	100	52	"	"	93	25
"	"	92	53	"	"	94	25
"	"	98	52				
10500	120	92	35				
"	100	94	20				
12000	1060 A	81	84				
"	" B	43	37				
"	" A	87	85				
"	" B	42	37				

Bei den bisher beschriebenen Versuchen fand die wesentliche Schwächung des Stromes der positiven Strahlen durch Einwirkung des Magnetfeldes durch die eisernen Schutzhüllen hindurch statt. Da unmittelbar an der Eisenkathode der Entladungsvorgang sich abspielte, so war dieser selbst schwächeren magnetischen Kräften unterworfen. Es erschien wünschenswert, den eigentlichen Entladungsvorgang in größere Entfernung zu verlegen, um zu sehen, ob ein gewöhnliches Kanalstrahlenbündel, wenn es den Raum vor der Eisenkathode durchläuft, durch die magnetischen Kräfte ähnlich beeinflusst wird, daß es hinter der Eisenkathode das vorhin bemerkte Verhalten gegenüber dem Magnetfelde zeigt. Die Anordnung wurde daher folgendermaßen abgeändert.



In einer Entfernung von 20 cm von der gewöhnlichen Eisenkathode  $K_2$ , die bisher als solche gedient hatte, wurde eine zweite  $K_1$  eingesetzt, die nun die Entladung nach links trieb, während zwischen  $K_2$  und  $K_1$  ein kräftefreies Feld war.

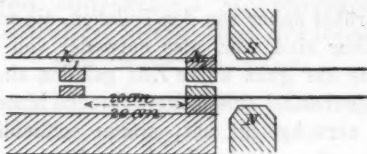


Fig. 5.

Das Kanalstrahlenbündel trat daher bereits bei  $K_1$  aus, ging dann weiter und durchsetzte  $K_2$ . Nachdem es hier ausgetreten war, kam es zwischen die Pole des Elektromagneten. Auch hier zeigte sich keine Spur einer Schwächung des von dem Kanalstrahlenbündel emittierten Lichtes; wenn der Magnet erregt wurde, während die transportierte Elektrizitätsmenge erheblich, wenn auch etwas weniger, als wenn  $K_2$  direkt Kathode war, geschwächt wurde.

#### Zusammenfassung.

1. Die ungleichmäßige magnetische Ablenkung der Kanalstrahlen rührt daher, daß die positiven Ionen verschieden lange im geladenen Zustand bleiben und immer wieder aufs neue sich laden und entladen.

2. Diese Vorgänge stellen einen Gleichgewichtszustand vor, der sich, wenn gestört, von selbst wieder erneuert.

3. Im hohen Vakuum zeigt sich bei Luft eine wesentliche Herabminderung der magnetischen Beeinflussbarkeit der Kanalstrahlen, ohne daß sonst die Verhältnisse geändert erscheinen.

4. Aus den in Tab. 2 mitgeteilten Beobachtungen folgt, daß der Strom durch ein unmittelbar auf die austretenden Strahlen wirkendes Magnetfeld an einer entfernten Stelle der Röhre ebenso geschwächt wird wie an einer nahen. Hieraus ist zu schließen, daß die größere Schwächung des Lichts in größerer Entfernung nicht darauf zurückgeführt werden kann,

daß hier schnellere Strahlen, die mehr Licht aussenden, aus dem Bündel gelenkt sind.

5. Durch ein magnetisches Feld wird zunächst in einem Kanalstrahlenbündel nur die transportierte Elektrizitätsmenge, aber nicht nennenswert die Lichtemission herabgedrückt. Die Lichtemission rührt daher von den Teilchen, die weniger magnetisch beeinflußbar sind, her, also entweder von den neutralen oder denen, die nur ganz kurze Zeit geladen sind. Erst wenn das Kanalstrahlenbündel eine längere Strecke hinter dem magnetischen Felde zurückgelegt hat, nimmt schließlich die Lichtemission in derselben Weise durch die Wirkung des Magnetfeldes ab, wie die transportierte Elektrizitätsmenge. Die Strecke, die das Kanalstrahlenbündel hinter dem magnetischen Felde zurücklegen muß bis die Schwächung des Stromes der des ausgesandten Lichtes entspricht, nimmt mit der Entladungsspannung zu.

Würzburg, 1. Oktober 1908.

(Eingegangen 2. Oktober 1908.)

**6. Neue, einfache Versuchsanordnung  
zur bequemen subjektiven Sichtbarmachung von  
Funkenschallwellen nach der Schlierenmethode;  
von Max Toepler.**

(Hierzu Taf. XI.)

Um nach der bekannten Schlierenmethode die Schallwelle eines Funkens zu sehen, muß dem schallerzeugenden Funken nach kurzer Zeit ein zweiter, der Beleuchtungsfunkens, an einer passenden Stelle der optischen Versuchsanordnung nachfolgen. Die Zeitdifferenz beider Funken möchte bei bestimmter Versuchsanordnung möglichst konstant, dabei aber doch leicht willkürlich variabel sein. Ferner möchte die zur Beleuchtung ausnutzbare Lichtintensität des Beleuchtungsfunkens möglichst groß sein. Eine sehr einfache Versuchsanordnung, welche die genannten Bedingungen bis zu gewissem Grade erfüllt, ist von meinem Vater angegeben<sup>1)</sup>; die nachstehend empfohlene kommt der vorgenannten an Einfachheit gleich, übertrifft sie jedoch erheblich in der nutzbaren Beleuchtungsstärke.

Die große Helligkeit und die leichte räumliche Festlegbarkeit von *Gleitfunken* macht diese zu einem wertvollen Hilfsmittel für starke und dabei sehr kurz dauernde Beleuchtung. Gleitfunken auf rückwärts belegten Glasplatten habe ich schon früher mit Erfolg sogar zu objektiver Sichtbarmachung von Schallwellen benutzen können.<sup>2)</sup> Jedoch ließ sich hier die erforderliche Zeitdifferenz zwischen Primärfunken (Schallfunken) und Gleitfunken (Beleuchtungsfunken) nur mittels ziemlich großer Hilfsmittel erreichen. Mit *Gleitfunken auf Halbleiterstäben* gelingt dagegen die subjektive Sichtbarmachung mit den einfachsten, in jedem Schullaboratorium vorhandenen Hilfsmitteln.

1) A. Toepler, Pogg. Ann. 131. p. 183. 1867, sowie Ostwalds Klassiker 158. p. 45.

2) M. Toepler, Ann. d. Phys. 14. p. 898. 1904.

**Versuchsanordnung.** Um möglichst jedes Hindernis zur Vorführung in den Schulen zu beseitigen, gebe ich nachstehend (vgl. Figg. 1, 2 und 3) eine sehr ausführliche Beschreibung der Versuchsanordnung mit Angabe aller Dimensionen. Natürlich sind an den einzelnen Abmessungen kleine Abweichungen zulässig.

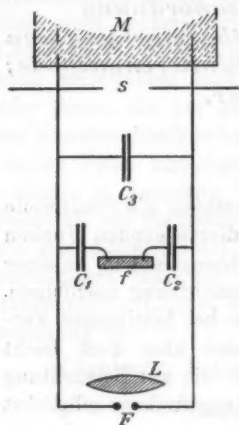


Fig. 1.

*M* Stromquelle, Influenzmaschinen mit zwei rotierenden Scheiben geben bei normaler Umlaufgeschwindigkeit mit der nachstehend angegebenen Größe der angeschalteten Kapazitäten jede Sekunde etwa eine Entladung; ein Induktor gibt bei jeder Unterbrechung eine Entladung, falls er jedesmal 3000 cm Kapazität auf etwa 15000 Volt laden kann.

*s* Sicherheitsfunkenstrecke — kann auch fortbleiben.

$C_1 = C_2$  je eine Leidener Flasche mittlerer Größe (etwa 2000 cm Kapazität).

$C_3$  eine Leidener Flasche von 1000—3000 cm Kapazität. Diese soll zur Verstärkung des Primärfunkens *F* oder besser seiner Schallwelle dienen.<sup>1)</sup>

Während die Innenbelege von  $C_1$  und  $C_2$  mit der Maschine und mit *F* verbunden sind, führen von den Außenbelegen Drähte nach der Gleitfunkenstrecke *f*.

Das Gleiten, Gleitfunkenstrecke *f*, erfolgt (vgl. Fig. 2) auf einem gewöhnlichen, stark mit Leitungswasser angefeuchtetem Stücke Schreibeckreide, welches auf einer Glasplatte liegt; auf der Kreide stehen die Zuleitungen von  $C_1$  und  $C_2$  am ein-

1) Die bei sehr stromschwachen Maschinen störende Kapazitätsvermehrung durch  $C_3$  lässt sich leicht umgehen, indem man  $C_3$  nicht parallel zu *F*, sondern zu *f* schaltet; freilich verliert man dann an Länge des Gleitfunkens.

fachsten frei auf; will man vor Verschiebungen der Einstellung des Gleitfunken sicher sein, so muß man natürlich alles etwas fester montieren.

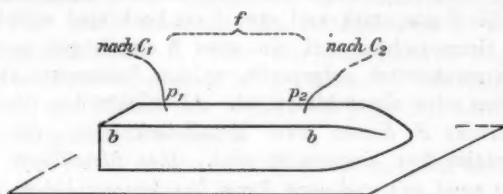


Fig. 2.

Als Beleuchtungslinse  $L$  genügt eine einfache Sammellinse von etwa 5 cm Durchmesser und bis zu 30 cm Brennweite.<sup>1)</sup>

Will man mit fest eingestelltem Gleitfunken  $f$  arbeiten, was zu empfehlen ist, so muß man, um über verschieden große Zeitdifferenzen zwischen Schallfunken  $F$  und Beleuchtungsfunken  $f$  zu verfügen, die gesamte Primärspannung variieren

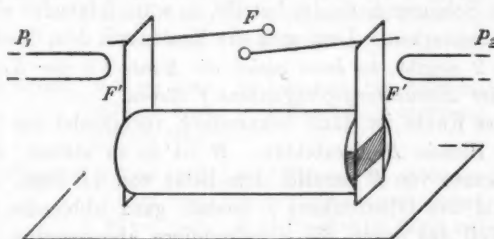


Fig. 3.

können. Da es aber nicht angenehm ist, den eigentlichen Schallfunken  $F$  zu verändern, so muß man in die Zuleitungen zu  $F$  irgendwo eine leicht willkürlich veränderliche Hilfsfunkenstrecke  $F'$  einschalten. Besonders einfach und vorhandene Hilfsmittel möglichst benutzend dürfte folgende Anordnung sein (vgl. Fig. 3). Zwischen die auf etwa 6 cm auseinander geschobenen Pole  $P_1$ ,  $P_2$  irgend eines vorhandenen Entladlers

1) Bei seitlicher Aufstellung von  $M$  und  $C_2$  hat dann die ganze Versuchsanordnung (einschließlich Fernrohr  $O$ ) nur etwa 1,5 m Längenausdehnung.

(Funkenziehers) wird auf eine Glasplatte das einzige neu herzustellende Stück der ganzen Versuchsanordnung gestellt. Letzteres besteht aus folgendem: zwei Messingstäbe, etwa 1,5 cm breit, 2 bis 3 mm stark und etwa 5 cm hoch sind mittels einer starken Gummischnur auf ein etwa 5 cm langes und 2 cm weites Glasrohrstück aufgepreßt, welches beiderseits eben abgeschnitten oder abgeschliffen ist. Als Elektroden der Schallfunkenstrecke  $F$  dienen zwei Metallstecknadeln, die in die Messingstäbe fest eingesteckt sind. *Ihre Metallköpfe müssen möglichst rund sein und etwa 3 mm Durchmesser haben; der Abstand der Köpfe, d. h. die Funkenlänge  $f$ , ist etwa 3 mm zu wählen.*

Als Blende  $B$  kann ein beliebiges starkes Blech mit einem einigermaßen geglätteten geradlinigen Rande dienen.

Bei  $O$  ist das Auge oder besser das Beobachtungsfernrohr eventuell Opernglas mit hinreichend langem Auszuge anzubringen.

Was die optische Einstellung (nach der als bekannt vorausgesetzten Schlierenmethode) betrifft, so wäre folgendes vielleicht noch zu bemerken. Legt man die Kreide mit dem Gleitfunken wie Fig. 2 angibt, so kann gleich die Kante  $bb$  der Kreide als Blende des Beleuchtungsgleitfunken  $f$  dienen.

Diese Kante ist dann bekanntlich vermittelt der Linse  $L$  auf der Blende  $B$  abzubilden.  $B$  ist so zu stellen, daß die Blendenkante von  $B$  parallel dem Bilde von  $bb$  liegt, und das helle Bild des Gleitfunken  $f$  soeben ganz abblendet.<sup>1)</sup> Der größte Teil des durch die Schallschliere abgelenkten Lichtes strahlt *dicht oberhalb* der Blendenkante vorbei. Soll möglichst viel Licht nutzbar ins Fernrohr kommen, so ist dieses derart zu stellen, daß *fast* die Hälfte seines Objektivs von der Blende  $B$  zugedeckt wird.

Bei Benutzung von drei Leidener Flaschen  $C_1$ ,  $C_2$  und  $C_3$  von angegebener Größe sind die Schallwellen und ihre Be-

1) Ist das Bild des Gleitfunken  $f$  breiter als die nutzbare Öffnung des Fernrohrs  $O$ , so gewinnt man an Helligkeit, wenn man die Kreide mit dem Gleitfunken so schräg stellt, daß die Projektion des Gleitfunken auf die Blende ebenso groß wird, wie die Öffnung von  $O$ ; dann muß man aber vor  $f$  eine Hilfsblende zwischenstellen, deren Kante jetzt auf  $B$  scharf abzubilden ist.

leuchtung schon so intensiv, daß irgend eine Verfinsterung des Beobachtungszimmers zu ihrer Beobachtung nicht erforderlich ist!

**Quantitatives.** Die angegebene Versuchsanordnung (Fig. 1) liefert kurz nach Ausbruch des Schallfunken  $F$  einen Beleuchtungsgleitfunken  $f$ . Über den quantitativen Zusammenhang von Primärspannung ( $P$  in Kilovolt), Gleitfunkenlänge ( $f$  in cm) und Radius der Schallwelle ( $r$  in cm) sei hier zur Orientierung einiges bemerkt.

1. Für jede Primärspannung erhält man auf bestimmtem Halbleiter eine bestimmte *größte* Gleitfunkenlänge ( $f_{\max}$  in cm). Es ist

$$f_{\max.} = a(P - b).$$

Nachstehende Zusammenstellung gibt  $a$  und  $b$  für einige eventuell in Frage kommende Halbleiterstäbe:

Material	Dimensionen	Kapazität von $C_1 = C_2$	$a$	$b$
feuchte Kreide	1,5 cm hoch,	je 1 Flasche (je 2000 cm)	0,52	5,8
	1,5 cm breit,	je 9 Flaschen (je 42000 cm)	0,63	0,4
	10 cm lang	je 17 Flaschen (je 82000 cm)	0,65	0,0
feuchte Kreide	0,65 cm hoch,	je 1 Flasche (je 2000 cm)	0,37	6,0
	0,70 cm breit,	je 9 Flaschen (je 42000 cm)	0,51	0,5
	13 cm lang			
feuchter Gipstab	1,7 cm hoch,	je 1 Flasche (je 2000 cm)	0,38	5,9
	1,1 cm breit,	je 9 Flaschen (je 42000 cm)	0,48	0,7
	40 cm lang	je 17 Flaschen (je 82000 cm)	0,51	0,0

Hierbei war es gleichgültig, ob die Kapazität  $C_3$  angeschaltet wurde oder nicht.

Da man mit Gleitfunkenlängen bis 4 cm auskommt, *genügen Primärspannungen bis 15 Kilovolt.*

Mißt man nicht die Primärspannung  $P$ , sondern die an den Gleitfunkenpolen  $p_1, p_2$  auftretende Spannung  $P_1$ , so findet man, daß  $P - P_1$  nahe gleich  $b$  ist<sup>1)</sup>; es gilt also: *Die größte Gleitfunkenlänge auf Halbleiterstäben ist proportional der an die Gleitpole gelegten Spannung.*

1) Der Spannungsverlust  $b$  war im vorliegenden Falle infolge sehr langer Zuleitungen ganz besonders groß.

2. Bezeichnet  $f$  die wirklich eingeschaltete,  $f_{\max}$  die mit  $P$  erreichbare größte Gleitfunkenlänge, so ist:

für $f: f_{\max}$ gleich . . .	0,25	0,50	0,75	1,0	der
Rad. $r$ der Schallwelle .	0,10	0,23	0,50	$\infty$	cm

Dies galt in gleicher Weise für alle Halbleiterstäbe und für beliebige Größe der Kapazitäten  $C_1 = C_2$ , wenn  $C_3$  nicht angeschaltet war; verstärkt man die Schallwelle mittels  $C_3$ , so erhält man durchwegs etwas größere Radien. Fig. 4 gibt im

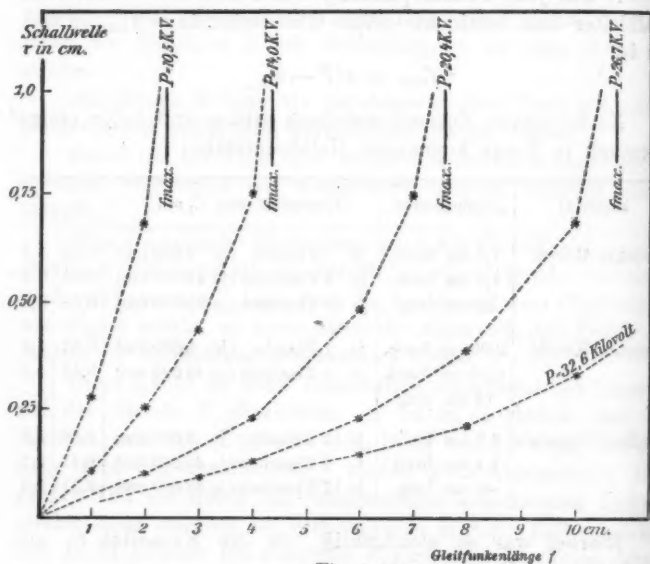


Fig. 4.

einzelnen die für die oben an erster Stelle genannte Kreide erhaltenen Werte —  $C_3$  war hier nicht angeschaltet.<sup>1)</sup>

Um Schallwellen brauchbarer Größe (1 bis 2 cm Radius) zu erhalten, muß man also schon mit  $f$  nahe an  $f_{\max}$  herangehen.

1) Da die Wellen hier schwach sind, ist ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit nahe gleich der normalen; durch Multiplikation der angegebenen Radien mit  $2.8 \cdot 10^{-5}$  erhält man also die Zeitdifferenz der Funken  $F$  und  $f$  in Sekunden.



Will man mit bestimmt eingestellten Versuchsbedingungen bei Versuchswiederholung immer wieder *Wellen von möglichst nahe gleicher Größe* erzielen, so hat man den Wellenradius *tmöglichst klein*, bis 1 cm höchstens 1,5 cm, zu wählen. Die Ausbildung größerer Wellen hängt in wachsendem Maße vom Zufalle ab.

*Photographien von Schallwellen.* Verfügt man über mehr als drei Leidener Flaschen, so kann man die Beleuchtungsstärke ganz wesentlich steigern, durch Vergrößerung der Kapazitäten  $C_1$  und  $C_2$ . Freilich ist zu bedenken, daß die Aufladung größerer Kapazitäten durch *schwache Maschinen* vielleicht unliebsam lange Zeit erfordert.

Wählt man  $C_1 = C_2$  größer als je vier Flaschen, so genügt die Beleuchtungsstärke, um mittels einer an Stelle des Fernrohres bei  $O$  aufgestellten Linse, bequem photographierbare Bilder zu geben. Die beigegebenen Photographien sind mit  $C_1 = C_2 =$  je 8 Flaschen hergestellt, sie zeigen *direkt* (nicht erst nach kleineren Photogrammen) auf das 1,5 fache *vergrößerte Wellen!*

Phot. 1, Taf. XI, zeigt eine *Schallwelle* kleiner Ausdehnung. Hier und in Phot. 2, Taf. XI, besaß die Verstärkungsflasche  $C_3$  1400 cm Kapazität.

Klebt man (z. B. mit Siegellack) auf das Glasrohr in Fig. 3 oben eine Glasplatte horizontal auf, so kann diese als Unterlage für Gegenstände, an denen die Schallwelle reflektiert, gebrochen, gebeugt usw. werden soll, dienen.

Phot. 2, Taf. XI, zeigt außer *Reflexion* den *Durchgang der Schallwelle durch ein 2 mm weites kreisförmiges Loch* in einer 1 mm starken Messingplatte.

Zahlreiche schöne weitere Versuche an Schallwellen zur Demonstration des Huyghensschen Prinzips, welche mittels der Schlierenmethode nunmehr *leicht* gezeigt werden können, findet man bei R. W. Wood, Physical optics, angegeben.

Phot. 3 bis 5, Taf. XI, zeigt schließlich die durch die *elektrischen Oszillationen* der jetzt unter Zwischenschaltung einer Selbstinduktion mit  $F$  verbundenen größeren Kapazität  $C_3$  entstandenen Reihe von Schallwellen. Ihre eingehende Besprechung soll Gegenstand einer besonderen Untersuchung sein.

Es sei noch bemerkt, daß Kapazitäten von zweimal vier Flaschen auch schon zu einer sozusagen halb objektiven Demonstration der Schallwellen genügen. Entwirft man nämlich das nur wenig vergrößerte Bild anstatt auf einer photographischen Platte auf einer Mattglasscheibe, so können die Schallwellenbilder auf letzterer im *dunklen* Zimmer von mehreren Beobachtern gleichzeitig gut gesehen werden.

Dresden, d. 20. Oktober 1908, Physik. Institut d. Techn.  
Hochschule.

(Eingegangen 21. Oktober 1908.)

**7. Zur Kenntnis der Funkenschallwellen  
elektrischer Oszillationen;  
von Max Toepler.**

*Sichtbarmachung elektrischer Oszillationen mittels der Schlierenmethode.* Die in der vorangehenden Arbeit angegebene Versuchsanordnung gestattet auch leicht, Schallwellen elektrischer Oszillationen zu beobachten und zu photographieren. Hierzu ist es nur nötig, die Kapazität  $C_3$  nicht direkt, sondern unter Zwischenfügung einer nicht zu kleinen Selbstinduktionsspule  $S$  parallel zur Schallfunkenstrecke  $F$  zu schalten (vgl. Fig. 1). Als Induktionsspulen dienten die schon oft in früheren Arbeiten benutzten<sup>1)</sup>, welche aus starken Kupferdrähten, auf große Glasglocken gewickelt, bestehen. Man erhält so Photogramme, wie die in vorangehender Notiz wiedergegebenen.

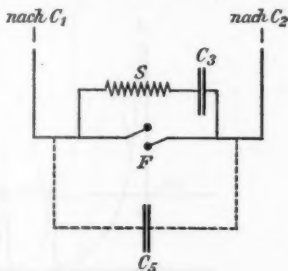


Fig. 1.

Es war speziell:

bei Phot. 3 u. 4 Kap.  $C_3 = 31100$  cm,  $S = 90500$  cm, Bildvergröß. 1,51,  
bei Phot. 5 Kap.  $C_3 = 31100$  cm,  $S = 227000$  cm, Bildvergröß. 1,51.

Man kann auf solchen Bildern immer wieder scharf unterscheiden:

**1. Die Hauptwelle (Initialwelle).<sup>2)</sup>**

1) M. Toepler, Wied. Ann. **66**, p. 1073. 1898.

2) Für objektive Beobachtungen des hierzu auf eine Mattglasscheibe entworfenen Bildes durch mehrere Personen kann es zweckmäßig sein, die Hauptwelle etwas zu verstärken, am einfachsten durch Parallelschaltung ohne Selbstinduktion einer weiteren Leidener Flasche  $C_5$  zur Funkenstrecke  $F$ , wie in Fig. 1 angedeutet ist.

2. Eine ganze Reihe weiterer kleinerer Wellen.

3. Das Schlierenbild der heißen Gase des Funkenkanals  $F$ , falls dieses nicht so klein ist, daß es durch die Elektroden verdeckt wird.

Die relative Intensität der einzelnen Bildteile ist die in Fig. 2 skizzierte:

$A$  Initialwelle, sehr stark.

$a, b, c, d \dots$  Schwingungswellen von abnehmender Intensität.

$B$  Oberfläche des Funkenkanals.

$C$  Ort des Zentrums der Wellen.

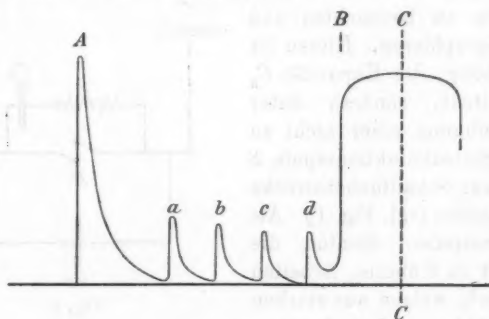


Fig. 2.

Durch Veränderung der Kapazität  $C_s$  und der Selbstinduktion  $S$  kann man natürlich Wellen der verschiedensten Schwingungsdauer herstellen. Man erhält so leicht Bilder, welche (Vergrößerung zu 1,5 angenommen) Schwingungswellen von 1 cm bis 0,5 mm Abstand zeigen, entsprechend etwa elektrischen Schwingungen von  $5 \cdot 10^4$  bis  $10^6$  Halbschwingungen in der Sekunde.

*Der Funken  $F$ .* Der gesamte Strömungsprozeß im Funkenkanal  $F$  läßt sich als Superposition von drei einzelnen Strömungen auffassen (vgl. die Kurven 1, 2 und 3 in Fig. 3).

1. Ist an den Elektroden von  $F$  die Anfangsspannung erreicht, so bricht die Entladung aus. Es entsteht ein *Initialfunken*. Durch diesen gleichen sich diejenigen Elektrizitäts-

mengen aus, welche auf den Elektroden und ihrer Nachbarschaft zum fast selbstinduktionslosen und widerstandslosen Einströmen bereit liegen.

2. Nach Aufreißen des Funkenkanales durch den Initialfunken setzt sich die in  $C_3$  aufgespeicherte, durch die Selbstinduktion  $S$  im Zuleitungskreise zunächst aufgehaltene Elektrizitätsmenge in Bewegung. Dem Initialfunken folgt eine durch die Selbstinduktion geregelte elektrische Schwingung im Kreise  $C_3 FS$ .

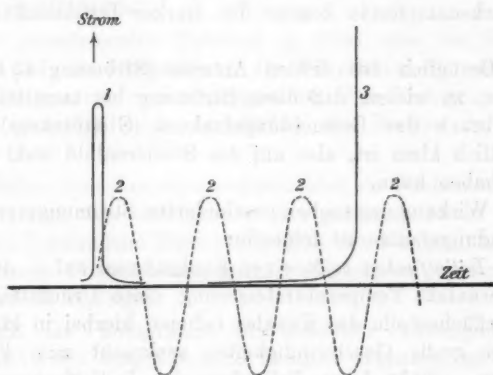


Fig. 3.

3. Zugleich kommt aber auch die in  $C_1 C_2$  aufgesammelte Elektrizität im Stromkreise  $C_1 W C_2 F$  ins Fließen. Diese Strömung ist zunächst *schwach*, reguliert durch den großen Ohmschen Widerstand des Halbleiterstabes  $W$ . Mit Ausbruch und Anwachsen der Gleitbüschel von  $p_1$  und  $p_2$  auf letzterem steigt sie aber an, um plötzlich bei Ausbruch des Gleitfunken zwischen  $p_1$  und  $p_2$  auf einen sehr großen Wert zu springen. Alles noch folgende interessiert uns nicht weiter, da der Gleitfunken als Beleuchtungsfunken für  $F$  dient, das Schlierenbild also nur die Vorgänge bis zum Ausbruche des Gleitfunken kontrollieren läßt.<sup>1)</sup>

1) Bildervielfältigungen nach Art der von E. Mach (Wiener Akad.-Ber. 98. IIa. p. 1886. 1889) erhaltenen durch eventuelle Oszillationen im Kreise  $C_1 W C_2 F$  wurden nicht beobachtet.

Im großen und ganzen läßt sich der Stromstärkenverlauf der drei Komponenten auch quantitativ überblicken.

1. Für den Initialfunken werden die von mir (Ann. d. Phys. 21. p. 220. 1906) angestellten Schätzungen gelten. Seine Dauer beträgt etwa  $10^{-7}$  sec, seine Stromstärke hängt von der Elektrodenkapazität ab.

2. Die Schwingung im Kreise  $C_3 SF$  ist eine wenig gedämpfte, da der Widerstand des Kreises klein ist. Die Schwingungsdauer ist also  $T = \pi \sqrt{C_3 \cdot S}$  zu rechnen, die Stromstärkenamplitude kommt der starker Initialfunken etwa gleich.

3. Bezüglich des dritten Anteiles (Strömung  $C_1 W C_3 F$ ) genügt es, zu wissen, daß diese Strömung bis unmittelbar an den Ausbruch des Beleuchtungsfunkens (Gleitfunkens) heran unwesentlich klein ist, also auf das Schlierenbild wohl keinen Einfluß haben kann.

Die Wirkung des soeben geschilderten Strömungsvorganges im Entladungsraume ist folgende:

Der Initialfunken reißt einen Funkenkanal auf — die Ionisation veranlaßt Temperatursteigerung, diese Drucksteigerung. Die Oberflächenteile des Kanales nehmen hierbei in kürzester Zeit sehr große Geschwindigkeiten senkrecht zum Funkenkanale an. Sinkt beim Erlöschen des Initialfunkens diese Verbreitungsgeschwindigkeit unter die Schallgeschwindigkeit, so löst sich vom Funkenkanale eine scharf begrenzte Schallwelle ab. Dies gibt das Schlierenbild A.

Durch den nur noch langsam an Breite wachsenden Entladungskanal finden dann die in Fig. 3 mit 2 bezeichneten Schwingungen statt. Bei jeder derselben erfährt der Kanal ruckweise eine Erweiterung. Erfolgt hierbei die Gasbewegung an der Kanaloberfläche mit Überschallgeschwindigkeit, so löst sich bei jeder Stromamplitude eine scharfe Schallwelle vom Entladungskanale ab. Dadurch entstehen die Schlierenbilder a, b, c usw.

Die Stelle B zeigt die Oberfläche des Funkenkanales im Augenblicke der Beleuchtung durch den Gleitfunken.

Daß es wirklich die Oberfläche des Funkenkanales ist, von welcher die Schallwellen der einzelnen Schwingungen ausgehen, erkennt man leicht daran, daß die dem Kanale näheren

Wellen, welche ihn also erst kürzlich verlassen haben, dieselben Unregelmäßigkeiten, Ausbuchtungen oder dergleichen zeigen, wie die Kanaloberfläche. Da der Ausgangsort der Wellen keine konstante Lage hat und da ferner, wie weiterhin noch eingehender behandelt ist, ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit von ihrer Intensität abhängt, also keine Konstante ist, so kann man nicht aus dem räumlichen Abstände zweier Wellen durch Divisionen durch die normale Schallgeschwindigkeit auf ihren Zeitabstand, d. h. auf die Dauer der elektrischen Schwingungen rückschließen!

In nachstehenden Tabellen (p. 1056) sind die Versuchsgrößen und die Dimensionen der Einzelteile für eine Reihe von Photogrammen zusammengestellt. Die Photogramme sind hierbei geordnet nach der Größe des Radius der Initialwelle.

*Mittlere Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Funkenschallwellen.* Photogramme der vorliegenden Art gestatten leicht die von E. Mach<sup>1)</sup> gefundene Eigentümlichkeit von Funkenschallwellen, übernormale Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu besitzen, eingehender zu verfolgen.

Läßt das Photogramm alle einzelnen Schwingungen von der Welle  $a$  bis zum Kanale  $B$  deutlich erkennen, so daß man die Zahl  $n$  der stattgehabten Schwingungen ( $n$  ganze Zahl und Bruch) sozusagen ablesen kann, so beträgt die Zeit zwischen Initialfunken (Welle  $A$ ) und beleuchtendem Gleitfunken ( $\frac{1}{2} + n$ ).  $T$ . Bedeutet  $w$  die Bildvergrößerung und  $\overline{AC}$  den Radius der Welle  $A$ , so ist die mittlere Geschwindigkeit  $V_A$  der Welle  $A$ :

$$V_A = \frac{\overline{AC}}{w \cdot (\frac{1}{2} + n) \cdot T}.$$

Meist jedoch lassen sich leider die Schwingungswellen nicht bis an den Funkenkanal heran genügend sicher erkennen. Man kann dann  $n$  indirekt finden. Wie ein Blick auf die Tabellen lehrt, ist der Abstand benachbarter Schwingungswellenbilder ( $a$  bis  $b$ ,  $b$  bis  $c$  usw.) fast konstant. Dann ist  $n$  gleich dem Abstände von  $a$  bis  $B$  dividiert durch den mitt-

1) E. Mach, Wiener Akad.-Ber. 75. II. p. 101. 1877; 77. II. p. 3 und p. 819. 1878.





leren Abstand  $\lambda_1$  der  $n_1$  ausgemessenen Wellen; natürlich erhält man  $n$  um so genauer, je mehr  $n_1$  dem  $n$  nahe kommt.

Die Wellen  $A$  und  $a$  sind aber nicht vom Zentrum  $C$ , sondern von der Oberfläche des Funkenkanales ausgesandt; ihre *wahre* mittlere Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist in allen Fällen eine wesentlich kleinere, als die unter  $V_A$  angegebene mittlere Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schlierenbilder  $A$  vom Zentrum aus gerechnet. Da, wie die Tabellen zeigen, der Abstand von  $A$  bis  $a$  mit wachsender Wellengröße nur wenig anwächst, so folgt zunächst, daß die wahre Geschwindigkeit, mit welcher die Welle  $A$  im Raume fortschreitet, nur wenig größer ist, als diejenige von Welle  $a$ . Ferner folgt hieraus, daß der kleinste Wert des Abstandes  $A$  von  $a$  vermindert um  $\lambda_1:2$  recht angenähert gleich dem Radius des Initialfunkenkanales zur Zeit der Ablösung der Welle  $A$  von ihm sein wird. Von der Schallwelle  $A$  ist also die Strecke  $\overline{AC} - \overline{Aa} + \lambda_1/2$  in der Zeit  $(n + \frac{1}{2})T$  wirklich durchlaufen worden; der Quotient gibt die mittlere wahre Geschwindigkeit  $W_A$ .

Da alle Messungen bei 20–22° C. Zimmertemperatur angestellt sind, betrug die normale Schallgeschwindigkeit 343 m pro Sekunde. Die erhaltenen Geschwindigkeiten  $W_A$  sind also immer noch beträchtlich größer als die normalen.

Sowohl  $V_A$  als auch  $W_A$  nehmen bei gleicher Versuchsanordnung ab mit der Größe der Wellen, also mit der Wellenintensität.

Ferner lassen die Tabellenangaben auch erkennen, daß bei gleicher Wellengröße den stärkeren Initialfunken größere Wellengeschwindigkeit zukommt. Es war ohne Anschaltung von  $C_3$  und  $C_6$  die Elektrodenkapazität — welche ein rohes Maß gibt für die Stärke des Initialfunken — auf 200 cm zu schätzen, bei Anschaltung der kleineren Kapazität  $C_3$  (entsprechend Tab. 1) auf 300 cm, bei der größeren Kapazität  $C_6$  (entsprechend Tab. 2) auf 400 cm, und schließlich bei Zuschalten von  $C_6 = 1400$  cm (entsprechend Tab. 3) auf 1800 cm.

Die Geschwindigkeit der schwächsten Wellen der Photogramme kommt der normalen schon merklich nahe. Die direkte Beobachtung mittels Fernrohr läßt aber noch *wesent-*

lich schwächere Wellen erkennen und messen, wie dies in einer vorangegangenen Abhandlung geschehen ist.<sup>1)</sup> Bei letzteren Wellen dürfte die Geschwindigkeit die normale um höchstens 3 Proz. überschreiten. Da bei sehr schwachen Initialfunken auch der Funkenkanal, somit auch die Unsicherheit des Ausgangsortes der Wellen klein ist, so erscheint es unbedenklich, ihre Schallwellen als Zeitmaß zu benutzen, wenn man mit ebengenannter Unsicherheit zufrieden ist.

Dresden, d. 20. Oktober 1908, Physik. Institut d. Techn. Hochschule.

1) Vgl. M. Toepler, Ann. d. Phys. 21. p. 211. 1906. Dasselbst ist in Fig. 9 ein Kunstgriff angegeben, um auch bei starken Funken *F* doch schwache Schallwellen zur Zeitmessung zu erzeugen.

(Eingegangen 21. Oktober 1908.)

**8. Relativitätstheorie und Elektronentheorie  
in ihrer Anwendung zur Ableitung der Grund-  
gleichungen für die elektromagnetischen  
Vorgänge in bewegten ponderablen Körpern;  
von Philipp Frank.**

Hr. Minkowski<sup>1)</sup> hat durch Voranstellung des Lorentz-Einsteinschen Relativitätsprinzips Gleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten ponderablen Körpern abgeleitet, die nicht vollständig mit den von H. A. Lorentz aus der Elektronentheorie abgeleiteten<sup>2)</sup> übereinstimmen. Der Zweck dieser Arbeit ist zu zeigen, daß die Ableitung von Lorentz, die sich der Mittelwertbildung über sehr viele Elektronen und Elektronenfelder bedient, so modifiziert werden kann, daß sich für unmagnetisierbare Körper, für die allein ja Experimente über den Einfluß der Bewegung vorliegen, die Gleichungen von Minkowski ergeben.

Wir gehen mit Lorentz von Elektronen aus, die sich im leeren Raum umherbewegen. Die Grundannahme der Elektronentheorie ist, daß durch die Bewegung der Elektronen ein elektrisches Feld  $e$  und ein magnetisches Feld  $h$  erzeugt wird, das durch das Gleichungssystem

$$(I) \quad \text{curl } h = \frac{1}{c} \frac{\partial e}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \rho v,$$

$$(II) \quad \text{curl } e = - \frac{1}{c} \frac{\partial h}{\partial t},$$

$$(III) \quad \text{div } e = 4\pi \rho,$$

$$(IV) \quad \text{div } h = 0$$

gegeben ist, wenn  $\rho$  die elektrische Ladungsdichte,  $v$  die

1) H. Minkowski, Göttinger Nachrichten 1908, Mathem.-phys. Klasse p. 53 ff.; vgl. auch A. Einstein, Ann. d. Phys. 26. p. 532. 1908.

2) H. A. Lorentz, Enzykl. d. mathem. Wiss. 5. Art. 14 § 61 (Elektronentheorie); Verslagen der Akad. van Wetensch. Amsterdam (Afd. Natuurkunde) 11. p. 305 ff. 1902.

absolute Geschwindigkeit der Elektronen und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit bedeutet.<sup>1)</sup>

Wir betrachten einen ponderablen Körper, der sich mit der Geschwindigkeit  $w$  bewegt und definieren einen Vektor  $q$  durch

$$(1) \quad v = w + q.$$

Wir bezeichnen nun mit  $\rho_i$  die Ladungsdichte der im Körper enthaltenen Leitungselektronen, mit  $\rho_p$  die der Polarisations-elektronen, mit  $v_i, v_p$  bzw.  $q_i, q_p$  die entsprechenden Geschwindigkeiten. Die in einem Molekül enthaltenen Polarisations-elektronen sollen die Ladungen  $e_1, e_2 \dots e_n$ , die vektoriellen Entfernungen  $r_1, r_2 \dots r_n$  aus der Gleichgewichtslage besitzen, dann nennen wir den Vektor

$$p = e_1 r_1 + e_2 r_2 + \dots e_n r_n$$

das elektrische Moment des Moleküls und, wenn  $N_1, N_2 \dots N_n$  Elektronen der genannten Art in der Volumeinheit enthalten sind, den Vektor:

$$(2) \quad \mathfrak{P} = N_1 e_1 r_1 + N_2 e_2 r_2 + \dots N_n e_n r_n,$$

die elektrische Polarisation der Volumeinheit.

Den Mittelwert irgend einer Größe, bezogen auf die Volumeinheit, bezeichnen wir wie üblich durch einen darüber gesetzten Querstrich. Dann folgt aus der Bedeutung von  $\mathfrak{P}$ :

$$(\overline{\rho q})_p = \frac{d\mathfrak{P}}{dt} = \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} + w \operatorname{div} \mathfrak{P} + \operatorname{curl} [\mathfrak{P} w],$$

$$\bar{\rho}_p = -\operatorname{div} \mathfrak{P}.$$

Wir bilden nun nach Lorentz den Mittelwert der Gleichungen (I) bis (IV) über alle Elektronen des bewegten Körpers und erhalten, wenn wir die Bezeichnungen

$$\bar{h} = \mathfrak{H}, \quad \bar{e} = \mathfrak{E}, \quad \bar{\rho}_i = \rho,$$

$$(3) \quad (\overline{\rho q})_h = i$$

einführen, die Gleichungen:

$$(I) \quad \operatorname{curl} \mathfrak{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \left\{ \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} + i + \rho w + \operatorname{curl} [\mathfrak{P} w] \right\},$$

$$(II) \quad \operatorname{curl} \mathfrak{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t},$$

1) In der Bezeichnungswiese schließen wir uns fast durchweg an das Lehrbuch von M. Abraham, Theorie der Elektrizität 2. 2. Abschnitt, an.

$$(III') \quad \operatorname{div} \mathfrak{E} = 4\pi \varrho - 4\pi \operatorname{div} \mathfrak{B},$$

$$(IV') \quad \operatorname{div} \mathfrak{B} = 0.$$

Daraus wird, wenn wir den Vektor  $\mathfrak{D}$  durch die Gleichung

$$(4) \quad 4\pi \mathfrak{D} = \mathfrak{E} + 4\pi \mathfrak{B}$$

eingeführen:

$$(I'') \quad \operatorname{curl} \mathfrak{B} = \frac{4\pi}{c} \left\{ \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} + \mathbf{i} + \varrho \mathbf{w} + \operatorname{curl} \left[ \mathfrak{D} - \frac{1}{4\pi} \mathfrak{E}, \mathbf{w} \right] \right\},$$

$$(II'') \quad \operatorname{curl} \mathfrak{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t},$$

$$(III'') \quad \operatorname{div} \mathfrak{D} = \varrho,$$

$$(IV'') \quad \operatorname{div} \mathfrak{B} = 0.$$

Wenn wir nun  $\mathfrak{D}$ ,  $\mathfrak{E}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathbf{i}$  mit den experimentell meßbaren Größen: dielektrische Verschiebung, elektrische Feldstärke, magnetische Feldstärke, Intensität des Leitungsstromes identifizieren, so stellen die Gleichungen (I'') bis (IV'') die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten unmagnetisierbaren Körpern so dar, wie sie erfahrungsgemäß stattfinden. Die Ableitung Minkowskis aus dem Relativitätsprinzip führt wie die von Lorentz auf die Gleichungen (I') bis (IV').<sup>1)</sup>

Nun bestehen aber erfahrungsgemäß zwischen den Größen  $\mathbf{i}$  und  $\mathfrak{E}$ , bzw.  $\mathfrak{D}$  und  $\mathfrak{E}$  noch Beziehungen, die aus den Gleichungen (I'') bis (IV'') nicht folgen. Und diese Beziehungen sind es gerade, in denen die Theorien von Lorentz und Minkowski voneinander abweichen. Alles Bisherige beruhte nur auf den Grundgleichungen (I) bis (IV) der Elektronentheorie und gewissen Bezeichnungsweisen. Zur Ableitung der neuen Beziehungen müssen zwei weitere Annahmen gemacht werden, die wir im Anschluß an Lorentz<sup>2)</sup> folgendermaßen formulieren:

A. Die Ablenkung der Polarisationselektronen aus ihrer Gleichgewichtslage ist proportional der auf sie wirkenden elektrischen Kraft.

B. Die Leitungselektronen nehmen unter dem Einfluß einer elektrischen Kraft eine derselben proportionale Geschwindigkeit an.

Wir gehen vom ruhenden Körper aus, für den  $\mathbf{w} = 0$ ,

1) H. Minkowski, l.c. § 9.

2) H. A. Lorentz, Enzykl. d. math. Wiss. 5. Art. 14, § 87 und § 48.

also  $v=q$  ist. Wenn wir uns an die Bedeutung von  $r_1; \dots r_n$  erinnern, drückt sich die Annahme A analytisch aus:

$$(5) \quad r_1 = \frac{e_1}{a_1} \mathfrak{E}, \quad r_2 = \frac{e_2}{a_2} \mathfrak{E}, \quad r_n = \frac{e_n}{a_n} \mathfrak{E},$$

wo die  $a_i$  Proportionalitätskonstanten sind. Aus Gleichung (2) folgt dann:

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{E} \sum_1^n \frac{e_i^2 N_i}{a_i}$$

und wenn wir

$$(6) \quad \sum_1^n \frac{e_i^2 N_i}{a_i} = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi}$$

setzen:

$$\mathfrak{P} = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \mathfrak{E}$$

und mit Berücksichtigung von (4)

$$\mathfrak{D} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \mathfrak{E}$$

in Übereinstimmung mit der Erfahrung, wenn  $\varepsilon$  die Dielektrizitätskonstante ist. Für bewegte Körper setzt nun Lorentz an Stelle von  $\mathfrak{E}$  in (5) den Vektor  $\mathfrak{E} + \frac{1}{c} [\mathfrak{w} \mathfrak{P}]$  und erhält so mit Hilfe von (6) und (4):

$$(V'') \quad \mathfrak{D} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \mathfrak{E} + \frac{\varepsilon - 1}{4\pi c} [\mathfrak{w} \mathfrak{P}].$$

Minkowski erhält an Stelle dieser eine etwas andere Beziehung, die wir auch aus Annahme A ableiten wollen. Wir führen zu diesem Zwecke schon an dieser Stelle die Lorentzsche Kontraktionshypothese und die Zeitmessung nach Ortszeit ein, was ja später ohnehin zur Erklärung des Michelsonschen Versuches geschehen muß. Durch die Kontraktion ändert sich aber die Anzahl der Polarisationselektronen in der Volumeneinheit, wir wollen die betreffenden Anzahlen im bewegten Körper  $N_1', N_2' \dots N_n'$  nennen. Auch die elektrische Feldstärke ändert sich; wir wollen die auf den bewegten Körper bezogene  $\mathfrak{E}'$  nennen. Bezeichnen wir nach Minkowski durch den angehängten Index  $\mathfrak{w}$  die Komponente eines Vektors in der Richtung der Geschwindigkeit  $\mathfrak{w}$ , durch  $\overline{\mathfrak{w}}$  eine Komponente normal dazu, so haben wir nach Lorentz<sup>1)</sup>:

1) H. A. Lorentz, Verslagen der Akad. van Wetensch. Amsterdam (Afd. Natuurkunde) 12. p. 986, Gleichung (6) 1904.

$$(7) \quad \mathfrak{E}'_{\bar{w}} = \mathfrak{E}_{\bar{w}}, \quad \mathfrak{E}'_w = \frac{\left\{ \mathfrak{E} + \frac{1}{c} [w \mathfrak{B}] \right\} \bar{w}}{\sqrt{1 - w^2/c^2}}.$$

Die Kontraktion erfolgt im Verhältnis von  $1 : \sqrt{1 - w^2}$  in der Richtung von  $w$ . Folglich wird:

$$(8) \quad N'_1 = \frac{N_1}{\sqrt{1 - w^2/c^2}} \dots, \quad N'_n = \frac{N_n}{\sqrt{1 - w^2/c^2}}.$$

Auch die Entfernungen der Polarisationselektronen aus der Ruhelage nehmen an der Kontraktion teil; bezeichnen wir sie mit  $r'_1, \dots, r'_n$ , so ist:

$$(9) \quad r'_{i\bar{w}} = r_{i\bar{w}} \sqrt{1 - w^2/c^2}, \quad r_{i\bar{w}} = r_{i\bar{w}}, \quad i = 1, 2 \dots n.$$

Es ist also für den bewegten Körper

$$(2a) \quad \mathfrak{P}_w = \sum_i^n N'_i e_i r'_{i\bar{w}},$$

$$(2b) \quad \mathfrak{P}_{\bar{w}} = \sum_i^n N'_i e_i r'_{i\bar{w}}.$$

Durch Berücksichtigung von (8) und (9) wird aus diesen Gleichungen:

$$(2'a) \quad \mathfrak{P}_w = \sum_i^n N_i e_i r_{i\bar{w}},$$

$$(2'b) \quad \mathfrak{P}_{\bar{w}} = \frac{1}{\sqrt{1 - w^2/c^2}} \sum_i^n N_i e_i r_{i\bar{w}}.$$

Die Beziehungen (5) lauten für bewegte Körper wegen (7)

$$(5a) \quad r_{i\bar{w}} = \frac{e_i}{a_i} \mathfrak{E}_w,$$

$$(5b) \quad r_{i\bar{w}} = \frac{e_i}{a_i} \frac{\left\{ \mathfrak{E} + \frac{1}{c} [w \mathfrak{B}] \right\} \bar{w}}{\sqrt{1 - w^2/c^2}}.$$

Setzen wir (5a) in (2'a), (5b) in (2'b) ein, so erhalten wir:

$$\mathfrak{P}_w = \mathfrak{E}_w \sum_i^n \frac{e_i^2 N_i}{a_i},$$

$$\mathfrak{P}_{\bar{w}} = \frac{1}{1 - w^2/c^2} \left\{ \mathfrak{E} + \frac{1}{c} [w \mathfrak{B}] \right\} \bar{w} \sum_i^n \frac{e_i^2 N_i}{a_i}.$$

und daraus wird wieder wegen (6) und (4)

$$(V''') \quad \begin{cases} \mathfrak{D}_w = \frac{s}{4\pi} \mathfrak{E}_w, \\ 4\pi \mathfrak{D}_w = \mathfrak{E}_w + \frac{s-1}{1-w^2/c^2} \left\{ \mathfrak{E} + \frac{1}{c} [w \mathfrak{B}] \right\}_w. \end{cases}$$

Das sind aber genau die Beziehungen, die bei Minkowski<sup>1)</sup> an Stelle der Lorentzschen (V'') stehen. Wie wir gezeigt haben, können sie aus der Annahme A erschlossen werden, wenn die Kontraktion des Körpers berücksichtigt wird.

Wir wollen nun die Beziehung zwischen  $i$  und  $\mathfrak{E}$  ableiten. Sei  $M_1$  die Anzahl der Leitungselektronen von der Geschwindigkeit  $q_1$  und der Ladung  $e_1$  im ruhenden Körper. Analoge Bedeutung mögen  $M_2 \dots M_m, q_2 \dots q_m, e_2 \dots e_m$  haben. Dann läßt sich die Annahme B für ruhende Körper analytisch so formulieren:

$$(10) \quad q_1 = \frac{e_1}{k_1} \mathfrak{E}, \quad q_2 = \frac{e_2}{k_2} \mathfrak{E}, \dots \quad q_m = \frac{e_m}{k_m} \mathfrak{E},$$

wo  $k_1 \dots k_m$  Proportionalitätskonstanten sind. Nach Gleichung (3) ist nun:

$$(11) \quad i = (\varrho \bar{q}) = M_1 e_1 q_1 + M_2 e_2 q_2 + \dots M_m e_m q_m.$$

Daraus folgt durch Einsetzen von (10)

$$i = \mathfrak{E} \sum_1^m \frac{M_i e_i^2}{k_i}$$

und wenn wir

$$(12) \quad \sum_1^m \frac{M_i e_i^2}{k_i} = \sigma$$

setzen:

$$i = \sigma \mathfrak{E}.$$

Für bewegte Körper setzt Lorentz in (10) statt  $\mathfrak{E}$  den Vektor  $\mathfrak{E} + 1/c [w \mathfrak{B}]$ , so daß er die Beziehung:

$$(VI'') \quad i = \sigma \left\{ \mathfrak{E} + \frac{1}{c} [w \mathfrak{B}] \right\}$$

erhält. Minkowski erhält aus dem Relativitätsprinzip eine davon abweichende Beziehung, die wir wieder durch Berücksichtigung der Kontraktionshypothese aus der Annahme B ableiten wollen. Seien wieder  $M'_1 \dots M'_m$  die Anzahl der Leitungselektronen in der Volumeinheit des bewegten Systems,  $q'_1 \dots q'_m$

1) H. Minkowski, l. c. § 9 p. 77.



die Geschwindigkeiten derselben relativ zum bewegten System, wenn die Ortszeit statt der allgemeinen Zeit zugrunde gelegt wird, so haben wir analog zu Gleichung (8)

$$(13) \quad M'_i = \frac{M_i}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Ferner<sup>1)</sup>:

$$(14) \quad \begin{cases} q_{1v} = (1 - v^2/c^2) q_{1v}, \\ q'_{1v} = \sqrt{1 - v^2/c^2} q_{1v}. \end{cases}$$

Dann ist für bewegte Körper analog zu Gleichung (11) für ruhende:

$$(11a) \quad i_{1v} = M'_1 e_1 q'_{1v} + M'_2 e_2 q'_{2v} + \dots + M'_m e_m q'_{mv},$$

$$(11b) \quad i'_{1v} = M'_1 e_1 q'_{1v} + \dots + M'_m e_m q'_{mv}$$

und die Beziehungen (10) lauten:

$$(10) \quad q_i = \frac{e_i}{k_i} \mathfrak{E}', \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

wo  $\mathfrak{E}'$  durch (7) gegeben ist.

Durch Einsetzen von (13), (14), (10') in (11a) und (11b) folgt:

$$i_{1v} = \sqrt{1 - v^2/c^2} \mathfrak{E}'_{1v} \sum_1^m \frac{M_i e_i^2}{k_i},$$

$$i'_{1v} = \mathfrak{E}'_{1v} \sum_1^m \frac{M_i e_i^2}{k_i},$$

woraus man mit Berücksichtigung von (7) und (12) erhält:

$$(VI'') \quad \begin{cases} i_{1v} = \sigma \sqrt{1 - v^2/c^2} \mathfrak{E}_{1v}, \\ i'_{1v} = \frac{\sigma \left\{ \mathfrak{E} + \frac{1}{c} [v \mathfrak{B}] \right\}_{1v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \end{cases}$$

Diese Gleichungen treten bei Minkowski<sup>2)</sup> an Stelle der Lorentzschen (VI').

Wien, im Oktober 1908.

1) Vgl. M. Abraham, Lehrbuch der Elektrizität, II. Bd. 1. Aufl. p. 380. Gl. (241a).

2) H. Minkowski, l. c. § 8, p. 75. Gl. (E) u. § 9, p. 77.

(Eingegangen 18. Oktober 1908.)

**9. Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit  
der von einem Poulson-Lichtbogen ausgesandten  
kurzwelligen Schallstrahlen<sup>1)</sup>;  
von Ernst Dieckmann.**

1. Einleitung.

Betreibt man eine Bogenlampe mit Wechselstrom von der Periodenzahl  $n_e = 50$ , so hört man einen Ton von der Schwingungszahl  $n_a = 100$ , weil bei jedem Stromdurchgange eine, von der Stromrichtung unabhängige Erwärmung der den Bogen umgebenden Luft und damit ein Druckmaximum entsteht.

Lagert sich über den Wechselstrom ein Gleichstrom von solcher Stärke, daß der resultierende Strom nicht unter den Wert Null herabsinkt, so entsteht bei jedem Strommaximum ein Luftdruckmaximum, d. h. es ist jetzt  $n_a = n_e = n$ .

Für den zweiten Fall ist nachstehende Übersichtstabelle berechnet. Die akustische Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist zu 331 m/sec, die elektrische zu  $3 \cdot 10^{10}$  cm/sec. gesetzt.

Tabelle 1.

Akust. u. elektr. Schwin- gungszahl $n$	Akustische Wellen- länge in Luft $\lambda_a$ in mm	Elektrische Wellenlänge $\lambda_e$ in m	Akust. u. elektr. Schwin- gungszahl $n$	Akustische Wellen- länge in Luft $\lambda_a$ in mm	Elektrische Wellenlänge $\lambda_e$ in m
25	13 200	$12 \cdot 10^6$	200 000	1,66	1500
435	761	690 000	400 000	0,83	750
1000	331	300 000	600 000	0,55	500
5000	66,2	60 000	800 000	0,41	375
20 000	16,6	15 000	$1 \cdot 10^6$	0,33	300
50 000	6,62	6000	$2 \cdot 10^6$	0,16	150
100 000	3,31	3000	$3 \cdot 10^6$	0,11	100

Um Wechselströme und damit Schallstrahlen von hoher Schwingungszahl zu erzeugen, benutzt man einen Schwingungskreis, bestehend aus einer Kapazität  $C$  und einer Selbst-

<sup>1)</sup> Berliner Dissertation 1908, gekürzt vom Verf.

induktion  $Z$ ; die in den Schwingungskreis eingeschaltete, zur Aufladung der Kapazität erforderliche Lichtbogen- oder Funkenstrecke bildet die Schallquelle.

Die Schallwirkungen des Funkens untersuchten Toepler<sup>1)</sup> und Wood<sup>2)</sup>, auf anderem Wege Rosicky<sup>3)</sup>, sowie Mach und Sommer<sup>4)</sup>. Alle diese Verfasser beobachteten nur die Luftdruckwelle, welche durch die Wärme eines ganzen Funkens hervorgerufen wird und Anlaß zu dem bekannten Knall des Funkens gibt.

Daß durch die oszillatorischen Stromdurchgänge im Funken hörbare, periodische Schallschwingungen entstehen können, zeigte zuerst Lodge<sup>5)</sup>; bei der Entladung einer großen Batterie Leidener Flaschen ohne Einschaltung einer Selbstinduktionspule hörte er den bekannten Knall; schaltete er nach und nach größere Spulen ein, so hörte er zunächst ein Zischen, schließlich bei sehr großen Spulen hörbare Töne bis zur Schwingungszahl 500. Quantitativ untersucht sind diese periodischen, vom Funken erzeugten Schallwellen bisher nur von Altberg<sup>6)</sup>, auf Anregung von Lebedew. Altberg gelang es, sehr hohe Schwingungszahlen bis zu 331000 messend zu verfolgen.

Duddell<sup>7)</sup> zeigte, daß auch ein Lichtbogen mit parallel geschaltetem Schwingungskreis als Wechselstrom- und Schallquelle wirkt. Die höchsten von ihm erreichten Schwingungszahlen waren 50000. Dem dänischen Ingenieur Poulson<sup>8)</sup> gelang es, Bogenlampen mit viel höherer Schwingungszahl zu betreiben. Die Poulsonlampe ist imstande, elektrische und wahrscheinlich auch akustische Wellen von Schwingungszahlen bis zu 3 Millionen zu liefern.

Verfasser hat die kurzwelligen, ungedämpften, vom Poulsonlichtbogen ausgehenden Schallstrahlen untersucht, und

- 1) M. Toepler, Pogg. Ann. 174. p. 195. 1868.
- 2) R. W. Wood, Philos. Mag. (5) 48. p. 218. 1899.
- 3) W. Rosicky, Wien. Ber. 73. (II) p. 629. 1876.
- 4) E. Mach und Sommer, Wien. Ber. 75. (II) p. 101. 1877.
- 5) O. Lodge, Natur 39. p. 471. 1888/89.
- 6) W. Altberg, Ann. d. Phys. 23. p. 267. 1907.
- 7) W. Duddell, Electrician 45. p. 310. 1900.
- 8) V. Poulson, Elektrotechn. Zeitschr. 45. 1906.

messend noch Schallwellen von der Schwingungszahl 800 000 verfolgen können.

Zur Messung der Wellenlänge kurzer akustischer Wellen erscheint die Gittermethode sehr geeignet. Hr. Altberg benutzte Durchlässigkeitsgitter, Verfasser Reflexionsgitter, weil dadurch eine Bewegung von Schallquelle oder Empfangsapparat unnötig wird.

Ein großer Vorteil der elektrischen Schallerregung gegenüber den mechanischen Methoden liegt darin, daß man bei ersterer auf elektrischem Wege die Schwingungszahl bestimmen kann. Altberg mißt die Selbstinduktion  $L$  und die Kapazität  $C$  des Schwingungskreises einzeln und berechnet die Schwingungszahl nach der Thomsonschen Formel

$$\frac{1}{n_e} = \frac{2}{n_a} = 2\pi\sqrt{L \cdot C}.$$

Diese Berechnung ist um so ungenauer, je kleiner die Wellen sind, weil um so mehr die Kapazität der Spulenenden und der Einfluß der Zuleitungsdrähte in Betracht kommen. Verfasser bestimmte die elektrische Wellenlänge und damit die akustische Schwingungszahl genauer mit einem in der drahtlosen Telegraphie angewandten Wellenmesser.

Zweck der auf Anregung von Hrn. Prof. F. F. Martens unternommenen Untersuchung ist es, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit kleinster Schallwellen zu bestimmen. Durch die elektrische Wellenlänge ist die akustische Schwingungszahl, durch die Beugungswinkel die akustische Wellenlänge bestimmt, und aus beiden berechnet sich die akustische Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

## 2. Versuchsanordnung.

Die bei den Messungen verwendete Versuchsanordnung zeigt Fig. 1.

Die von dem Poulsonlichtbogen  $P$  ausgehenden Schallstrahlen werden von dem Hohlspiegel  $H$  als paralleles Bündel auf das ebene Gitter  $G$  geworfen. Das von  $G$  reflektierte bzw. gebeugte Strahlenbündel wird vom Hohlspiegel  $O$  auf den einen seitlichen Flügel des zur Schalldruckmessung dienenden Systems vereinigt.

Zur Montierung aller dieser Apparate dient ein Holzkasten, dessen Seitenwände in Fig. 1 gezeichnet sind.

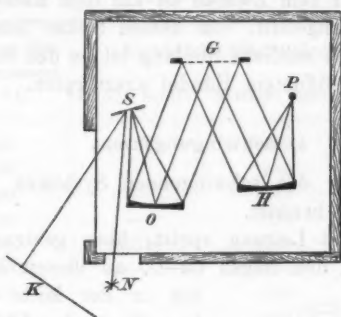


Fig. 1.

Die sorgfältige Abdichtung des Kastens ist nötig, da der Poulsonbogen in einer Leuchtgasatmosphäre brennt.

### 3. Poulsonlampe.

Poulson gelang es, mit einem Lichtbogen Schwingungskreise von sehr hoher Periodenzahl zu betreiben, indem er die Elektroden aus Kupfer und Kohle wählte, sie kühlte und den Bogen in einer Wasserstoffatmosphäre brennen ließ. Statt des reinen Wasserstoffs kann auch Leuchtgas verwendet werden, wie es der Verfasser getan hat.

Die Elektroden der benutzten Lampe werden von zwei Hohlgefäßen *A* und *B* (vgl. Fig. 2) getragen, *A* enthält die positive Kupferelektrode *Cu*, *B* die negative Kohlelektrode *C*.

Seitlich an den Hohlgefäßen befinden sich vier mit Klemmen ausgestattete Hülsen *L*, welche zum Befestigen der das Wasser zuführenden Schlauchleitung und zugleich als Stromzuführungen dienen.

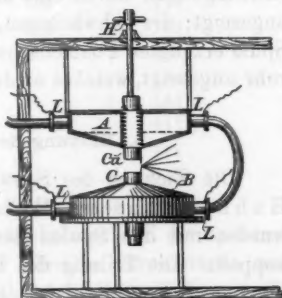


Fig. 2.

Für die Messung der Schallwellen ist es nötig, daß der Bogen nicht wandern kann, sondern immer an einer bestimmten Stelle brennt. Zu dem Zwecke ist auf dem Kohlezylinder ein seitlicher Krater angefeilt, von dessen Spitze aus der Bogen brennt. Durch die seitliche Stellung ist es den Schallstrahlen möglich in weit geöffnetem Bündel auszutreten.

#### 4. Schwingungskreis.

Als Schaltung des schwingenden Systemes wird die in Fig. 3 gezeichnete benutzt.

Eine 220 Volt-Leitung speist, über geeigneten Widerstand  $W$  geführt, den Bogen  $Cu-C$ , an diesem liegt parallel die in der Mitte aufgeschnittene Spule  $L$ . Die Enden der Spule werden durch einen Drehkondensator  $D$  von  $1,07 \cdot 10^{-9}$  Farad maximaler Kapazität geschlossen.

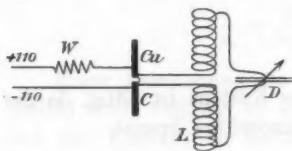


Fig. 3.

Als Selbstinduktion werden drei verschiedene Spulen benutzt, die im folgenden als große, mittlere und kleine Spule bezeichnet sind.

Bei Benutzung der größten Spule wird das Einsetzen der Schwingungen durch eine lose gekoppelte Spule mit Glühlampe angezeigt; die schwächeren, mit der mittleren und der kleinen Spule erzeugten Poulsonschwingungen werden durch ein Heliumrohr angezeigt, welches an den Polen des Drehkondensators liegt.

#### 5. Eichung des Schwingungskreises.

Die Eichung des Schwingungskreises geschah mittels des Hahnemannschen Wellenmessers. Die Spulen desselben wurden mit den Spulen des Poulsonkreises möglichst lose gekoppelt. Die Teilung des im Wellenmesser befindlichen Drehkondensators gibt direkt die Wellenlängen an. Das Maximum der Resonanz wird durch ein Hitzdrahtamperemeter angezeigt, welches an den Polen des im Resonanzkreise eingeschalteten Blockkondensators (von großer Kapazität) liegt. Tab. 2 gibt die für die drei Spulen und die verschiedenen Einstellungen

des im Poulsonkreise befindlichen Drehkondensators gemessenen Wellenlängen.

Tabelle 2.

Stellung des Kondensators in ° C	Elektrische Wellenlänge $\lambda_e$ in m		
	Große Spule	Mittlere Spule	Kleine Spule
180	(9800)	1490	410
170	—	1465	400
160	—	1480	387
150	—	1390	375
140	(3375)	1345	365
130	—	1300	351
120	—	1255	335
110	—	1205	322
100	(2690)	1150	306
90	—	1095	292
80	(2615)	1040	276
70	2465	970	259
65	2380	—	—
60	2300	910	241
55	2220	—	—
50	2120	840	220
45	2035	810	—
40	1940	770	200
35	1840	730	—
30	1740	700	178
25	—	655	166
20	—	—	156,5
15	—	—	144
10	—	—	131
5	—	—	117,5
4	—	—	116
3	—	—	113

Bei der Eichung des Schwingungskreises und der späteren Messung der Beugungswinkel muß dieselbe Stromstärke und Spannung im Bogen herrschen, da durch diese Faktoren die Wellenlänge merklich beeinflusst wird.<sup>1)</sup> Die Stromstärke beträgt, wenn der Bogen lebhaftes Schwingungen machte, auf die

1) F. Kiebitz, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. p. 775. 1907.

sogenannte aktive Länge eingestellt war, 2,2 Amp., die Spannung 70 Volt.

Leider gestattet der Wellenmesser nicht, größere Wellen als 2510 m zu messen. Deshalb wurden die in der Tabelle eingeklammerten größeren Werte durch Extrapolation aus denen für  $30^\circ$  und  $70^\circ$  ermittelt.

#### 6. Hohlspiegel und Gitter.

Die beiden Hohlspiegel, welche die vom Bogen ausgehenden Strahlen zum System leiten, sind genau geschliffene Glashohlspiegel von 10 cm Durchmesser und 30 cm Krümmungsradius; ihre Vorderfläche ist versilbert. Die Spiegel tragen unten zylindrische Ansätze, welche in Fassungen, die auf dem Kastenboden befestigt sind, drehbar sind.

Die Art der beiden benutzten Beugungsgitter zeigt Fig. 4. Es sind zwei Gitter gefertigt, die sich nur durch ihre Periode

unterscheiden; letztere betrug für das eine Gitter 4,875 mm, für das andere 2,46 mm.

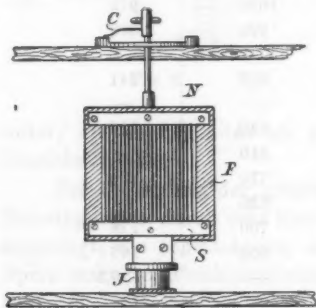


Fig. 4.

Als Rahmen *F* der Gitterfläche dient ein 6 mm starkes, quadratisches Stück Messingblech, die Gitterfläche hat die Größe 10.10 cm. Als Gitterstäbe sind Messingstäbe von dem Querschnitt 2,4.1,2 mm verwandt, diese sind beim ersten Gitter mit der breiten, beim zweiten mit

der schmalen Fläche auf den Rahmen gelegt. Zwischen je zwei Gitterstäbe wird, an den auf dem Rahmen liegenden Enden, ein kurzes Stück desselben Stabes gelegt; dadurch wird die Gitterlücke gleich der Stabbreite. Durch zwei starke Flachmessingstäbe *N* und *S* werden die Enden der Gitterstäbe auf den Enden des Gitterrahmens befestigt. An der unteren Rahmenfläche ist ein kurzes Rohr *J* befestigt, welches um einen auf dem Kastenboden befestigten Messingzapfen drehbar ist. Von der Mitte der oberen Rahmenfläche führt ein



Messingstab durch die obere Kastenwand. Derselbe dient zur Drehung des Gitters und trägt einen Index *C*, welcher auf einem Teilkreise die Stellung des Gitters abzulesen gestattet.

Auf die Erzielung einer möglichst planen Gitterfläche ist große Sorgfalt verwendet. Der Messingrahmen ist auf beiden Seiten abgedreht, die Gitterstäbe sind vor dem Auflegen sorgfältig ausgerichtet. Nach dem Befestigen der Stäbe wurde die Gitterfläche mit einer Glasplatte bedeckt, und die Rückseite des Gitters mit Woodschem Metall ausgegossen; die Vorderfläche wurde dann plan gefeilt und poliert. Sodann wurde das Woodsche Metall mit heißem Wasser wieder gelöst. Es entstand so eine plane, gut spiegelnde Gitterfläche.

#### 7. Empfangsapparat.

Der zur Untersuchung der Energieverteilung im Beugungsspektrum dienende Apparat ist nach dem Vorbild des von Altberg benutzten konstruiert.

Ein leichter Glimmerflügel *TS* (vgl. Fig. 5) ist an einem Faden aufgehängt; auf dem rechten Flügel *S* werden die Schallstrahlen durch die beiden Hohlspiegel vereinigt. Der Schalldruck treibt den rechten Glimmerflügel zurück, die günstigste Ruhelage des Systems ist die Stellung senkrecht zum Schallstrahl. Um geringe Ablenkung des Flügels aus dieser Stellung messen zu können, ist unterhalb seines Schwerpunktes ein kleiner Silberhohlspiegel *A* unter  $45^\circ$  Neigung zur Glimmerfläche befestigt. Von einem Nernstfaden *N* (vgl.

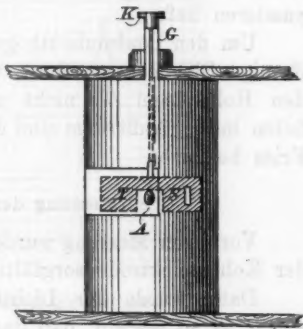


Fig. 5.

Fig. 1) fällt durch ein Glasfenster im Kasten Licht auf den Spiegel, dieser bildet den Faden durch ein zweites Fenster hindurch auf einer etwa 2 m von *S* entfernten Skala *K* ab.

Zur Messung kleinerer Wellen sind immer kleinere und leichtere Systeme gewählt worden, das größte ist 8 cm breit

und 3,5 cm hoch, das kleinste nur noch 2 cm breit und 0,7 cm hoch; im ganzen sind vier verschiedene Systeme gebraucht.

Die Aufhängung ist oberhalb des Kastens durch ein Glasrohr *G* geschützt, der Quarzfaden endigt in einem Torsionskopfe *K*, seine Gesamtlänge ist 22 cm.

Beim Übergang von längeren zu kürzeren Wellen nimmt der Schalldruck rasch ab.

Für die Messung der längeren Schallwellen wurde bifilare Aufhängung gewählt. Für die Messung von Schallwellen unter 1,6 mm ist die bifilare Aufhängung nicht mehr empfindlich genug und deshalb durch eine monofilare ersetzt. Zunächst ist ein Quarzfaden von 0,06 mm Dicke, später für die Messung der kleinsten Wellen ein solcher von 0,006 mm verwendet.

Zum Schutze gegen störende Luftbewegungen und Schallstrahlen ist das System von einem Blechzylinder umgeben, der die ganze Höhe des Kastens einnimmt. Auf den abzulenkenden Flügel des Systems gelangen die Schallstrahlen durch eine Öffnung von 1 cm Höhe und einigen Millimeter Breite. Außerdem befand sich in dem Blechzylinder ein Glimmerfenster; welches die auf den Spiegel fallenden Lichtstrahlen passieren ließ.

Um den Poulsonlichtbogen herum befindet sich eine ringförmige Blende aus Asbest, welche die Schallstrahlen nur auf den Hohlspiegel *H*, nicht auf andere Teile des Apparates fallen läßt. Außerdem sind die Wände des Kastens mit dickem Fries bekleidet.

### 8. Messung der Beugungswinkel.

Vor jeder Messung wurde bei geöffnetem Kasten die Spitze der Kohlenelektrode sorgfältig angefeilt.

Dann wurde der Lichtbogen entzündet und der Hohlspiegel *H* so gestellt, daß das von ihm reflektierte Lichtbündel auf der Mitte der Gitterfläche einen Lichtkreis von der Größe der Spiegelöffnung erzeugte.

Als Nullstellung des Gitters ist die gewählt, in der die Normale des Gitters mit der Winkelhalbierenden des Winkels *HGO* (vgl. Fig. 1) zusammenfällt. Das Gitter wurde in diese Stellung gebracht; dann füllt das reflektierte Bündel die Öffnung des Hohlspiegels *O* aus.

Der zweite Spiegel *O* wurde nun so gedreht, daß das Bild des Lichtbogens in die Eintrittsöffnung des Empfangsapparates fällt.

Nun wurde der Kasten verschlossen und mit Leuchtgas gefüllt. Das Leuchtgas strömt durch den Kastendeckel ein und kann durch mehrere Öffnungen im Boden abströmen; diese werden vor der Messung verschlossen bis auf eine,

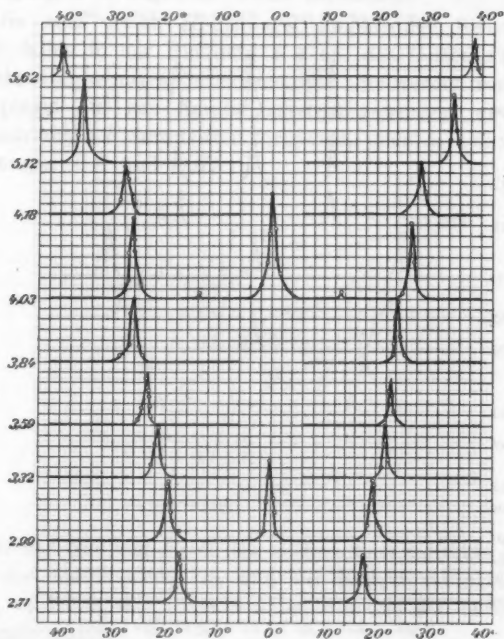


Fig. 6. Akustische Wellenlänge in mm.

welche durch einen Gummischlauch mit dem unteren Teile eines Bunsenbrenners verbunden ist; das Gas brennt aus dem Brenner während der Messungen mit einer 3 cm hohen Flamme. Diese Flammenhöhe entspricht einem Überdruck im Kasten von 2 mm Wasser. Daß diese Vorsichtsmaßregeln genügen, um den Kasten mit luftfreiem Leuchtgas zu füllen, wurde durch wiederholte Messung des sich nicht mehr ändernden

Beugungswinkels kontrolliert. Die Temperatur im Kasten wird durch ein Thermometer gemessen, das vom Kastendeckel bis in die Mitte des Kastens führt. Während der Messung einer Wellenlänge steigt die Temperatur um etwa  $1^{\circ}$ .

Es wurde stets der ballistische Ausschlag des Systems beobachtet, der eintrat, wenn das Gitter in eine bestimmte Lage gedreht war.

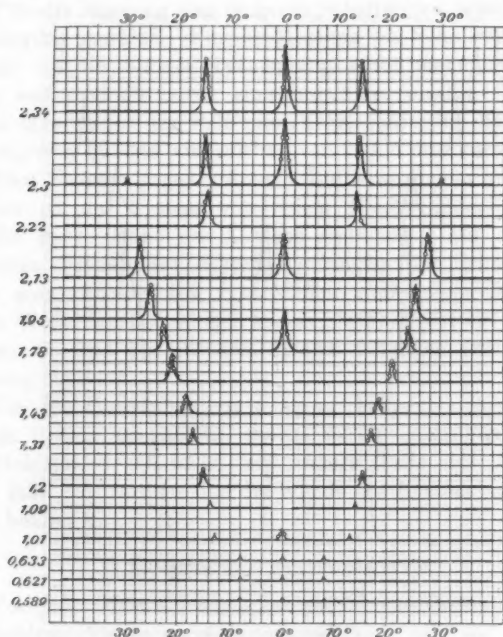


Fig. 7. Akustische Wellenlänge in mm.

Die erhaltenen Ausschläge sind als Funktionen der Winkelstellungen des Gitters in Fig. 6 und Fig. 7 dargestellt. Die Abbildungen der Fig. 6 und die ersten drei von Fig. 7 stellen die Messungen mit dem weiteren Gitter dar, die späteren Abbildungen die mit dem engeren Gitter erhaltenen. Das direkte Maximum wurde nur in einigen Fällen aufgenommen.

Die Maxima sind weit schärfer als die von Hrn. Altberg

erhaltenen, was wohl im wesentlichen auf der Ungedämpftheit der Poulsonschwingungen beruht.

### 9. Berechnung der akustischen Wellenlänge.

Aus den Gitterstellungen, bei welchen die Beugungsmaxima der Figg. 6 und 7 liegen, läßt sich die Wellenlänge der Schallschwingungen in folgender Weise berechnen.

Die vom ersten Hohlspiegel kommenden Strahlen (vgl. Fig. 8) fallen in der Richtung  $KA$  auf das Gitter  $AO$ , dessen Gitterkonstante mit  $b$  bezeichnet ist. Sie werden vom zweiten Hohlspiegel auf das Empfangssystem geworfen, wenn sie in der Richtung  $AF$  vom Gitter fortgehen, oder in den parallelen Richtungen  $BG$  und  $CH$ .

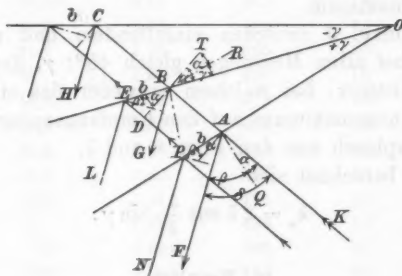


Fig. 8.

In der Stellung  $EBO$  des Gitters findet direkte Reflexion statt, der Einfallswinkel  $\alpha_0$  und der Reflexionswinkel  $\beta_0$  sind gleich, es ist  $\alpha_0 = \beta_0$ ; die Strahlen  $BG$  und  $EL$  haben keinen Gangunterschied.

Das Gitter sei nun aus dieser Stellung um den Winkel  $\gamma$  in die Stellung  $OAP$  gedreht;  $AQ$  sei das Lot auf der Gitterfläche in  $A$ ;  $\alpha$  bzw.  $\beta$  seien Einfallswinkel bzw. Reflexionswinkel. Dann ist der Winkel zwischen den einfallenden und reflektierten Strahlen

$$\delta = \alpha + \beta.$$

Ferner ergibt eine einfache Betrachtung, daß  $\beta = \beta_0 + \gamma$ ,  $\alpha = \alpha_0 - \gamma$ , also  $(\beta - \alpha)/2 = \gamma$  ist.

Die vom Gitter  $PAO$  reflektierten Strahlen  $AF$  und  $PN$  erhalten den Gangunterschied

$$\begin{aligned} G &= b \sin \beta - b \sin \alpha \\ &= 2b \sin \frac{\beta - \alpha}{2} \cos \frac{\beta + \alpha}{2}. \end{aligned}$$

Setzen wir für  $(\beta - \alpha)/2$  und  $(\beta + \alpha)/2$  die gefundenen Werte ein, so wird

$$G = 2b \sin \gamma \cos \frac{\delta}{2}.$$

Von sämtlichen Strahlen, die auf rechts von  $A$  bzw. von  $P$  liegende Gitterstäbe fallen, kann man je zwei so zusammenfassen, daß sie denselben Gangunterschied erhalten.

Ist  $G = +\lambda_a$ , 0 oder  $-\lambda_a$ , so zeigt das reflektierte Bündel ein Energiemaximum.

Der Winkel  $\delta$  zwischen einfallendem und reflektiertem Strahl war bei allen Messungen gleich  $45^\circ$ ;  $\gamma$ , der Drehungswinkel des Gitters, bei welchem entweder das eine oder das andere Beugungsmaximum auf den Empfangsapparat fällt, ergibt sich graphisch aus den Figg. 6 und 7.

Daraus berechnet sich

$$\lambda_a = 2b \cos \frac{\delta}{2} \cdot \sin \gamma.$$

#### 10. Resultate.

Die berechneten akustischen Wellenlängen sind in Tab. 5 angegeben. Aus der akustischen Wellenlänge ist nun, durch Vergleich mit der elektrisch gemessenen Wellenlänge, die akustische Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $c_a$  bestimmt, nach der früher angegebenen Gleichung  $c_a = (c_e \cdot \lambda_a) / \lambda_e$ . Die so erhaltenen Geschwindigkeiten sind auf  $0^\circ$  reduziert und unter  $(c_a)_0$  angegeben.

Man sieht aus der Tab. 5, daß die Schallgeschwindigkeit für den Bereich von  $\lambda_a = 5$  bis  $\lambda_a = 0,5$  mm konstant bleibt. Die drei ersten Werte zeigen Abweichungen, welche durch die ungenaue Bestimmung der elektrischen Wellenlänge zu erklären sind. Ferner folgt für die Schallgeschwindigkeit in Leuchtgas bei  $0^\circ$ , wenn ich aus den Messungen, bei Vernachlässigung der drei ersten, das Mittel ziehe,  $456 \cdot 10^3$  cm/sec.

Tabelle 5.

$\lambda_e$ in m	$\gamma$	$\lambda_a$ in mm	$c_a$ in m/sec	$t$ (Celsius)	$(c_a)_0$ in m/sec
(3800)	39,2°	5,60	442	12°	433
(3375)	35,3	5,12	454	15	442
(2890)	28,7	4,18	444	12	435
(2615)	26,6	4,03	460	13	450
2465	25,2	3,84	467	14	456
2300	23,45	3,59	468	15	456
2120	21,6	3,32	469	14	458
1930	19,4	2,99	465	13	454
1740	17,6	2,71	467	14	456
1490	14,3	2,34	471	15	459
1465	14,8	2,30	471	14	459
1430	14,3	2,22	467	13	456
1345	27,55	2,10	469	14	458
1255	25,4	1,95	466	13	455
1150	21,6	1,78	465	13	454
1040	21	1,62	466	13	455
910	18,4	1,43	473	15	461
840	16,7	1,31	466	14	455
770	15,3	1,20	467	14	456
700	13,9	1,09	468	13	457
635	12,9	1,01	465	14	454
410	8	0,633	463	13	452
400	7,85	0,621	466	15	455
387	7,45	5,589	457	12	447

Zur Kontrolle wurde diese Geschwindigkeit auch in einer etwa 100 m langen Schallrohrleitung gemessen. Die Enden des Rohres sind durch Gummimembranen mit seitlichem Spiegel verschlossen.<sup>1)</sup> Es ergab sich als das Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Leuchtgas zu der in Luft 70,1:51. Nimmt man 331 m/sec für die Geschwindigkeit in Luft bei 0° an, so ergibt sich für die in Leuchtgas 455 m/sec.

Die kürzeste Schallwelle, die noch sicher gemessen werden konnte, hat in Leuchtgas die Länge 0,589 mm; dieser entspricht eine Wellenlänge in Luft von 0,43 mm; die dazu gehörende Schwingungszahl ist 780000. Mit der benutzten Methode lassen sich also Schallwellen nachweisen, deren

1) F. F. Martens, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. p. 113—115. 1907.

Schwingungszahl zweieinhalbmals so groß als die der kürzesten bisher dargestellten ist.

#### 11. Schluß.

Die vorstehende Arbeit hat folgende experimentellen Ergebnisse:

1. Die Schallgeschwindigkeit im Leuchtgas ist konstant bis zu Schwingungszahlen von 800 000, bis zur kleinsten in Leuchtgas bzw. Luft gemessenen Wellenlänge von 0,59 bzw. 0,43 mm.

2. Der Poulsonlichtbogen ist für Untersuchungen über Fortpflanzungsgeschwindigkeit, Hörbarkeitsgrenze usw. eine äußerst brauchbare Schallquelle wegen der Ungedämpftheit der Schwingungen, wegen der Freiheit von Oberschwingungen und wegen der Möglichkeit, die akustische Schwingungszahl auf elektrischem Wege zu messen.

3. Die Methode, die Schwingungszahl elektrisch, die Wellenlänge mit dem Beugungsgitter zu messen, dürfte die beste sein, für hörbare und kleinere Schallwellen im freien Raume die Schallgeschwindigkeit zu bestimmen.

4. Aus der nach der Gittermethode gemessenen akustischen Wellenlänge kann man, wenn die Schallgeschwindigkeit, die sich nunmehr als konstant erwiesen hat, bekannt ist, die Länge elektrischer Wellen bestimmen. Diese Methode scheint den anderen — Berechnung aus Kapazität und Selbstinduktion, Messung mit Paralleldrahtleitung oder rotierendem Spiegel — an Genauigkeit ebenbürtig zu sein.

Hrn. Prof. Martens bin ich für die Anregung zu dieser Arbeit und deren stetige Förderung zu großem Danke verpflichtet. Auch Hrn. Dr. Kiebitz möchte ich für gewährte Hilfe danken.

Berlin, Physikalisches Institut der Handelshochschule.

(Eingegangen 11. Oktober 1908).



**10. Osmotische Untersuchungen über  
Alkalihaloides;  
von Franz Wiemers.**

(Auszug aus der Bonner Inaugural-Dissertation 1908.)

**Einleitung.**

Als im Jahre 1867 Traube die Entdeckung der sogenannten Niederschlagsmembranen gelang, wurden die osmotischen Untersuchungen nach einer ganz anderen Richtung geführt. Bis zu dieser Entdeckung benutzte man stets solche Membranen als Scheidewände, die von beiden Flüssigkeiten, der Salzlösung und ihrem Lösungsmittel, durchdrungen wurden. Diesen doppelseitigen Diffusionsstrom hielt man für eine Erscheinung, die bei der Osmose unbedingt notwendig sei. Die Niederschlagsmembranen besitzen die Eigenschaft, nur das Wasser, nicht aber auch die gelösten Salzteilchen durchzulassen. Von letzteren wird nun auf die semipermeable Membran ein gewisser Druck ausgeübt, den man als osmotischen Druck bezeichnete. Die Stärke dieses osmotischen Druckes, seine Abhängigkeit von Temperatur und Konzentration suchte man von jetzt ab zu bestimmen.

Vorliegende Arbeit hat es sich nun zur Aufgabe gestellt, solche Versuche auszuführen, bei denen wie in den vor 1867 erschienenen Arbeiten ein doppelseitiger Diffusionsstrom stattfindet. Zunächst sollte das sogenannte endosmotische Äquivalent bestimmt werden, worunter wir nach Jolly die Wassermenge zu verstehen haben, die sich gegen 1 Gewichtsteil Stoff ausgetauscht hat, sodann untersucht werden, welchen Einfluß die Temperatur und die Konzentration der diosmierenden Lösung auf diese Größe ausüben. Für diese Untersuchungen wurde die Gruppe der verwandten Halogensalze der Alkalien gewählt, um Aufschluß darüber zu gewinnen, ob die für die einzelnen Salze unter denselben Versuchsbedingungen erhaltenen Äqui-

valentwerte auf irgend eine gesetzmäßige Abhängigkeit schließen ließen.

#### Untersuchungsmethode.

Als Diffusionsapparate wurden Glasringe von 4 cm Höhe und 6 cm Weite benutzt, deren eine Öffnung mit Schweins-harnblase verschlossen war. Letztere wurde, nachdem sie vom Metzger trocken erhalten war, durch wiederholtes Waschen gut gereinigt und durch Behandlung mit Alkohol möglichst von Fett befreit. In feuchtem Zustande wurde sie über den Ring gespannt und mit Bindfaden fest an die Glaswand angebunden. Nach etwa einem Tage konnte der Bindfaden entfernt werden, da die Membran vollständig getrocknet und so fest an der Glaswand angeklebt war, daß man sie, ohne sie wieder aufzuweichen, nur schwierig davon hätte trennen können. Die Membran wurde nun mit starken Zwirnfäden von neuem an den Ring fest angebunden. 20—30 Umschlingungen dicht nebeneinander gelegt genügten, einen so festen Verschuß herbeizuführen, daß ein Eindringen von Flüssigkeit in den Ring von der Außenseite her vollständig unmöglich war. Der so hergestellte Apparat wurde sodann unter Druck in Wasser gesenkt, so daß der ganze Verschuß von diesem benetzt war. Hierbei quillen die Zwirnfäden auf und schließen die Membran um so fester an den Glasring an. Es zeigte sich denn auch, was zu erwarten war, daß nicht die geringste Spur von Wasser in den Ring eindrang. Diese Probe diente zugleich dazu, die Membranstücke auf ihre Brauchbarkeit für osmotische Untersuchungen zu prüfen. Sämtliche von mir benutzten Blasenstücke — es wurden nur solche und möglichst von derselben Blase ausgewählt, die ungefähr gleiche Dicke und nur geringe faserige Struktur besaßen — ließen, wenn sie unter Druck einseitig benetzt wurden, keine Flüssigkeit durch.

Nach jedem Versuche wurden die Ringe ungefähr 30 Min. in Wasser gesetzt, um sie von den infolge der Diffusion noch in der Membran vorhandenen Salzteilchen vollständig zu befreien. Hierauf wurden sie an der Luft getrocknet und erst 24 Stunden später für den folgenden Versuch benutzt. Da trocken aufbewahrte Membranen aber entschieden länger der Fäulnis widerstehen als solche, die längere Zeit hindurch in

Flüssigkeit liegen, ferner die von mir angestellten Versuche nur 10 Min., bei Natrium-, Kalium- und Rubidiumchlorid 30 Min. dauerten, war es möglich, dieselben Membranstücke 5 Monate lang zu benutzen, ohne daß sich auch nur die geringste Spur von Fäulnis bemerkbar machte. Ich glaube auch, daß durch diese Behandlung die Membranen viel besser in der für Diffusionsversuche erwünschten und notwendigen Gleichförmigkeit erhalten werden können. Daß bei den Versuchen einiger Experimentatoren Fäulniserscheinungen eintraten, wird wohl darin seinen Grund haben, daß die Versuchsdauer Tage, so bei Schmidt, Eckhard u. a., bei Jolly, Ludwig und Harzer sogar 8—18 Tage betrug. Dabei sollte aber auch dieselbe Membran zu recht vielen Versuchen benutzt werden.

Damit die Diffusion der Salzlösung stets gegen reines Wasser, das Lösungsmittel, stattfand, wodurch man eine größere Einfachheit erzielt, wurde als äußere Flüssigkeit Wasser in so großer Menge benutzt, daß die in dasselbe diffundierenden Salzteilchen auf den ganzen Osmosenprozeß keinen alterierenden Einfluß ausüben konnten. Es diente dazu ein Behälter von 57 cm Länge, 34 cm Breite und 10 cm Tiefe, der bei den Versuchen ungefähr 15 Liter Wasser enthielt. Außerdem wurde der Behälter mit der Wasserleitung verbunden, um einen ununterbrochenen, frischen Wasserstrom einleiten zu können, während gleichzeitig Wasser in gleichem Maße abgeleitet wurde. Es sei noch bemerkt, daß das Wasser der hiesigen Universitätsleitung sich durch große Reinheit auszeichnet.

Zur Ausführung eines Versuches wurde der Diffusionsapparat in eine kreisrunde, etwa 8 cm weite Öffnung, die aus einem 1 cm dicken Brettchen ausgeschnitten war, gesetzt. An der Unterseite des Brettes, unter der Öffnung selbst, waren Zwirnfäden in der Weise gespannt, daß der Apparat mit seiner Glaswand darauf ruhte. Durch diese Einrichtung war es nicht nur möglich, die Membranschicht fortwährend auf der ganzen Wasserfläche des Behälters langsam hin- und hergleiten zu lassen, so daß die Diffusion stets gegen eine reine Wasserschicht stattfand, sondern vermittelt Kork- und Gewichtsstücke konnte auch der Niveauunterschied der inneren und äußeren Flüssigkeit ausgeglichen und so Druckdifferenzen vermieden

werden. Es sei jedoch erwähnt, daß auf diesen letzten Umstand, der oft ängstlich hervorgehoben wird, wenig ankommt, da bereits Eckhard und Schmidt durch besondere Filtrationsversuche nachgewiesen haben, daß geringe Druckdifferenzen vollständig wirkungslos auf das Resultat bleiben.

Nachdem der Apparat in die Öffnung des Brettes gestellt war, wurde mit einer Pipette eine bestimmte Menge der zu untersuchenden Lösung hineingeführt. Um die Konzentration der letzteren während des Versuches nicht allzu sehr zu ändern, wurden, abgesehen von den Versuchen, durch welche die Abhängigkeit des Äquivalentes von der Konzentration ermittelt werden sollte, vollständig gesättigte Lösungen angewandt, sodann in allen Fällen die Versuchsdauer auf Grund von Vorversuchen so kurz bemessen, daß die diffundierte Salzmenge sehr gering, aber noch mit Sicherheit festzustellen war. Für Natrium-, Kalium- und Rubidiumchlorid betrug die Versuchsdauer 30, bei allen übrigen Salzen nur 10 Min.

Nach Beendigung eines Versuches wurde die im Apparat vorhandene Lösung gewogen und ihr Salz- und Wassergehalt durch Eindampfen, Trocknen und Wägen direkt bestimmt. Da auch die Salz- und Wassermenge bekannt war, die die Lösung bei Beginn des Versuches enthielt, waren somit sämtliche Daten zur Bestimmung des endosmotischen Äquivalentes gegeben. Die diffundierte Salzmenge ergibt sich aus der Differenz der Gewichte des zu Beginn und zu Ende des Versuches vorhandenen Salzes. Die eingetretene Wassermenge erhält man, indem man das Gewicht des angewandten Wassers plus nichtdiffundierten Salzes von dem Gewichte der Lösung nach dem Versuche, welches ja jedesmal festgestellt wurde, subtrahiert. Durch Division der eingetretenen Wasser- durch diffundierte Salzmenge erhält man das endosmotische Äquivalent. Um für diese Größe genaue und zuverlässige Resultate zu erzielen, wurden mit derselben Membran, also demselben Ring, — letztere waren zur Unterscheidung numeriert — 3—4 Versuche ausgeführt, und zwar jedesmal mit der gleichen Menge der zu untersuchenden Lösung, bei derselben Versuchsdauer und der gleichen Temperatur. Aus den Mittelwerten der so erhaltenen Resultate wurde dann das Äquivalent berechnet.

## I. Bestimmung des endosmotischen Äquivalentes für gesättigte Lösungen.

Die Lösungen wurden sorgfältig hergestellt aus destilliertem Wasser und möglichst chemisch reinem, wasserfreien Salz. Dabei wurde zum Teil so verfahren, daß die Salzmenge genau abgewogen, in Wasser gelöst, in einen Meßkolben gegossen und dieser bis zur Marke angefüllt wurde. 10 oder 20 ccm der so hergestellten Lösung wurden gewogen, wodurch man dann auch den Wassergehalt unmittelbar bestimmen konnte. Bei mehreren Salzen wurde in der Weise verfahren, daß gesättigte Lösungen bei höherer Temperatur hergestellt wurden. Nach vollständigem Erkalten wurden die Lösungen filtriert und ihr Salz- und Wassergehalt durch Eindampfen einer gewogenen Menge direkt bestimmt. Aus zwei bis drei solcher Bestimmungen wurde dann das Mittel genommen.

Zur Aufbewahrung der Lösungen dienten Glasflaschen mit eingeschliffenen Stöpseln, um die Verdunstung zu verhüten. In Tab. I sind die Konzentrationsverhältnisse angeführt. Diese Angaben gelten für sämtliche Versuche, welche die Bestimmung des endosmotischen Äquivalentes für gesättigte Lösungen, ferner die Untersuchung der Abhängigkeit dieser Größe von der Temperatur zum Zwecke hatten. Die dritte Vertikalreihe gibt die zu den Versuchen jedesmal angewandte Menge der Lösung in Kubikzentimetern, die vierte und fünfte die darin enthaltene Salz- und Wassermenge in Grammen an.

Tabelle I.

Name des Salzes	Die von 100 Tl. H <sub>2</sub> O gelöste Salzmenge in g	Angewandte Versuchsmenge		
		ccm	Salzgehalt in g	Wassergehalt in g
NaCl . . . .	35,364	30	9,357	26,459
NaBr . . . .	36,583	10	6,970	8,050
NaJ . . . .	149,400	10	10,695	7,155
KCl . . . .	31,818	30	8,409	26,436
KBr . . . .	66,626	10	5,474	8,216
KJ . . . .	137,332	10	9,708	7,069
RbCl . . . .	80,091	10	6,368	7,951
RbBr . . . .	100,000	10	7,757	7,757
RbJ . . . .	140,177	10	10,746	7,666
LiBr . . . .	139,244	10	9,580	6,880

Da der Verlauf eines Versuches aus der oben gegebenen ausführlichen Beschreibung genügend ersichtlich ist, sind der Kürze wegen nur die Hauptzahlen in Tab. II zusammengestellt, und zwar die aus 3—4 Versuchen sich ergebenden Mittelwerte. Nur bei NaCl sind als Beispiel die Resultate der einzelnen Versuche angegeben.

Tabelle II.

Name des Salzes	Nr. der Membran	Vers.-Dauer in Min.	Temp. in C.	Ausgetretene Salzmenge in g	Eingetretene Wassermenge in g	Äquivalent
NaCl	I	30'	16°	0,753	2,660	3,588
				0,738	2,599	
				0,746	2,658	
				Mittel: 0,746	Mittel: 2,639	
"	II	"	"	0,480	1,578	3,257
				0,492	1,595	
				0,481	1,554	
				0,479	1,563	
				Mittel: 0,483	Mittel: 1,573	
NaBr	III	10'	"	Mittel: 0,837	Mittel: 1,122	1,340
NaJ	IV	"	"	" 1,245	" 1,354	1,088
"	V	"	"	" 1,231	" 1,429	1,161
KCl	VI	30'	"	" 0,484	" 1,055	2,176
"	VII	"	"	" 0,495	" 1,035	2,091
KBr	VIII	10'	"	" 0,715	" 0,791	1,106
"	IX	"	"	" 0,678	" 0,674	0,994
KJ	X	"	"	" 1,514	" 1,432	0,946
"	XI	"	"	" 1,035	" 1,001	0,967
RbCl	I	30'	"	" 1,192	" 2,326	1,951
RbBr	III	10'	"	" 1,495	" 1,161	0,777
RbJ	IV	"	"	" 1,908	" 1,040	0,547
LiBr	III	"	"	" 0,402	" 0,712	1,771

Vergleicht man nun die für die einzelnen Salze erhaltenen Äquivalentwerte, so zeigt sich, daß diese mit wachsendem Molekulargewicht abnehmen. Zur besseren Übersicht möge Tab. III dienen. Die Zahlen neben dem Namen des Salzes bedeuten die Molekulargewichte, die anderen Zahlen die Äquivalentwerte der betreffenden Salze. In den beiden freien

Feldern der ersten Horizontalreihe fehlen die Werte für Chlor- und Jodlithium. Die Verdampfung der Lithiumsalze mußte nämlich, da sie auf dem Wasserbade unmöglich war, durch vorsichtiges Erhitzen in einem mit Asbest ausgekleideten eisernen Kessel geschehen. Jodlithium erlitt hierbei aber eine Zersetzung, indem sich violette Joddämpfe bildeten. Alle drei Salze waren außerdem so stark hygroskopisch, daß eine genaue Wägung ausgeschlossen war. Nur bei Bromlithium gelang es, einige Bestimmungen zu machen, bei denen aber eine exakte Genauigkeit nicht erwartet werden kann.

Tabelle III.

	LiBr 87 1,771	
NaCl 58,5 3,538 3,257	NaBr 103 1,340	NaJ 150 1,088 1,161
KCl 74,5 2,176 2,091	KBr 129 1,106 0,994	KJ 166 0,946 0,967
RbCl 120,9 1,951	RbBr 165,4 0,777	RbJ 212,4 0,547

Man sieht, daß sowohl in der Horizontal- als auch in der Vertikalreihe die Größe des endosmotischen Äquivalentes abnimmt, daß ferner für die Chlorverbindungen der Alkalien die Werte am größten, für ihre Jodverbindungen am kleinsten sind.

Da wegen der verschiedenen Löslichkeit der Salze der Salzgehalt der benutzten gesättigten Lösungen ein verschiedener ist, wäre es zweckmäßig, solche von gleicher Konzentration, etwa von demselben Molgehalt, zu vergleichen, die dann allerdings verschieden weit von ihrem Sättigungspunkte entfernt sind. Von diesem Gesichtspunkte aus läßt sich aber erst dann eine weitere Betrachtung anstellen, wenn wir die Abhängigkeit des Äquivalentes von der Konzentration untersucht haben. Auf diesen Punkt soll deshalb später zurückgekommen werden.



## II. Abhängigkeit des endosmotischen Äquivalentes von der Temperatur.

Daß mit steigender Temperatur die beiden Diffusionsströme zunehmen, wurde schon von Dutrochet wahrgenommen und von allen späteren Forschern bestätigt. Es fragt sich nun, wie diese Zunahme mit der Temperatur zusammenhängt, und welche Änderung das Äquivalent dabei erleidet. Eckhard und Schmidt haben gefunden, daß das Äquivalent für Chlornatrium und Natriumsulfat unabhängig von der Temperatur, also konstant sei. Da mit anderen Salzen keine Versuche angestellt worden sind, die Aufschluß über die Abhängigkeit von der Temperatur geben können, wurde diese Frage im folgenden für die Halogensalze der Alkalien untersucht. Angewandt wurden wieder gesättigte Lösungen, und zwar dieselben, die zur Bestimmung des Äquivalentes bei gewöhnlicher Temperatur, also 16° C., gedient hatten. Desgleichen waren Versuchsdauer und Menge, ebenso die Membranen, dieselben wie früher. Tab. I gibt darüber Aufschluß.

Um konstante Temperaturen zu erreichen, wurde folgendermaßen verfahren. Die in dem großen Behälter befindliche Wassermenge von rund 15 Liter wurde auf eine Temperatur gebracht, die etwas höher war als die, bei der die Versuche angestellt werden sollten. Die Abkühlung erfolgte dann so langsam, daß die Temperatur sich lange Zeit konstant zeigte. Dauerten die Versuche 30 Min., so konnten geringe Temperaturschwankungen, die aber im höchsten Falle  $\frac{1}{2}$ ° C. betrugen, durch kleine Korrekturen leicht beseitigt werden. Die Lösungen selbst wurden vor den Versuchen in den Behälter gestellt, um sie möglichst auf die Temperatur des Wassers zu bringen. Im übrigen ist die Versuchsanordnung dieselbe wie früher. Um die Verdunstung zu verhüten, wurden die Diffusionsapparate mit einem leichten Deckel aus einigen Papierblättchen zugedeckt. Selbstverständlich konnte hierdurch die Verdunstung nicht vollkommen verhütet werden. Diese war sogar bei 40 und 50° C., wobei die Temperatur des Diffusionsapparates bedeutend höher als die der Umgebung war, so groß, daß die innere Wand des Glasringes mit niedergeschlagenen Wasserbläschen bis zur Hälfte bedeckt war. Sicherlich wird



auch ein Teil der Wasserdämpfe durch die Ritzen der nicht vollkommen schließenden Deckel entwichen sein. Auch bei der Wägung nach dem Versuche ist die Verdunstung eine größere als bei gewöhnlicher Temperatur. Dagegen erlitt die Bestimmung des diffundierten Salzes keine Änderung, da der Salzgehalt durch Eindampfen der Lösung direkt bestimmt wurde. Deshalb dürften auch die für den Salzstrom erhaltenen Werte zuverlässiger sein als die des Wasserstromes.

Tab. IV gibt die Mittelwerte der Versuchsergebnisse. Nur bei NaCl sind wieder die Ergebnisse der einzelnen Versuche angegeben. Die bereits früher bei 16° erhaltenen Mittelwerte für Salz- und Wasserstrom, ferner die daraus sich ergebende Größe des Äquivalentes sind nochmals angeführt, um eine bessere Übersicht zu gewähren.

Tabelle IV.

Salz	Nr. der Membran	Versuchsdauer in Min.	Temp. in ° C.	Ausgetretene Salzmenge in g	Eingetretene Wassermenge in g	Äquivalent
NaCl	I	30'	16°	Mittel: 0,746	Mittel: 3,639	3,538
"	"	"	40°	1,328	4,687	
"	"	"	"	1,326	4,677	
"	"	"	"	1,299	4,669	
				Mittel: 1,318	Mittel: 4,678	3,549
"	"	"	50°	1,555	5,522	
"	"	"	"	1,552	5,529	
"	"	"	"	1,594	5,564	
"	"	"	"	1,592	5,567	
				Mittel: 1,568	Mittel: 5,546	3,587
NaBr	III	10'	16°	Mittel: 0,837	Mittel: 1,122	1,340
"	"	"	30	" 1,209	" 1,736	1,435
"	"	"	40	" 1,539	" 2,296	1,497
"	"	"	50	" 1,732	" 2,526	1,458
NaJ	IV	10'	16	" 1,245	" 1,354	1,088
"	"	"	30	" 2,020	" 2,014	0,997
"	"	"	40	" 2,261	" 2,255	0,997
"	"	"	50	" 3,186	" 3,012	0,960

Tabelle IV (Fortsetzung).

Salz	Nr. der Membran	Versuchs- dauer in Min.	Temp. in ° C.	Ausgetretene Salzmenge in g	Eingetretene Wassermenge in g	Äqui- valent
NaJ	V	10'	16°	Mittel: 1,231	Mittel: 1,429	1,161
"	"	"	30	" 2,008	" 2,146	1,069
"	"	"	35	" 2,250	" 2,325	1,038
"	"	"	40	" 2,514	" 2,599	1,034
"	"	"	50	" 3,241	" 3,201	0,988
KCl	VII	30'	16	" 0,495	" 1,035	2,091
"	"	"	40	" 0,898	" 1,897	2,112
"	VI	"	16	" 0,484	" 1,035	2,176
"	"	"	40	" 0,899	" 1,977	2,199
KBr	VIII	10'	16	" 0,715	" 0,791	1,106
"	"	"	32	" 0,934	" 1,042	1,116
"	"	"	40	" 1,149	" 1,306	1,136
"	IX	"	16	" 0,678	" 0,674	0,994
"	"	"	32	" 1,005	" 1,088	1,088
"	"	"	40	" 1,167	" 1,275	1,098
KJ	X	10'	16	" 1,514	" 1,432	0,946
"	"	"	32	" 2,142	" 2,001	0,934
"	XI	"	16	" 1,035	" 1,001	0,967
"	"	"	32	" 1,572	" 1,485	0,945
RbCl	I	30'	16	" 1,191	" 2,326	1,951
"	"	"	30	" 1,249	" 2,433	1,948
RbBr	III	10'	16	" 1,495	" 1,161	0,777
"	"	"	30	" 1,998	" 1,587	0,794
RbJ	IV	10'	16	" 1,903	" 1,040	0,547
"	"	"	32	" 2,702	" 1,531	0,567

Aus diesen Versuchen geht hervor, daß die endosmotischen Äquivalente der Alkalihaloide innerhalb der angewandten Temperaturen konstant sind. Es wächst sowohl die Salzmenge als die Wassermenge proportional der Temperatur, folglich ist der Quotient unabhängig von der Temperatur. Die Schwan-

kungen, welche die Äquivalentwerte bei höheren Temperaturen zeigen, sind ziemlich klein und weisen auf keine Gesetzmäßigkeiten hin. Bei Natriumbromid steigt der Wert allerdings von 1,340 bei 16° C. auf 1,435 bei 30° C., während er bei 30°, 40° und 50° C. innerhalb nur sehr enger Grenzen schwankt. Dieses wird man wohl darauf zurückführen müssen — besondere zu diesem Zwecke angestellte Versuche bestätigen es —, daß die Membran durch höhere Temperatur in ihrer Beschaffenheit eine derartige Änderung erleidet, daß, wenn man einen Versuch bei niedriger Temperatur wiederholt, jetzt beide Diffusionsströme in größerer Menge die Membran passieren als bei den ersten Versuchen. Diese Zunahme ist aber beim Wasserstrom eine verhältnismäßig größere als beim Salzstrom, was das Wachsen des Äquivalentes zur Folge hat. Infolgedessen hielt ich es für zweckmäßiger, zunächst Versuche bei höheren Temperaturen anzustellen oder wenigstens solche bei gewöhnlicher Temperatur zu wiederholen. Mit Ausnahme von Bromnatrium wurde diese Vorsichtsmaßregel stets eingehalten. Daß die Schwankungen zum Teil auch auf die Verdunstung des Wassers zurückzuführen sind, wurde bereits hervorgehoben.

Um Aufschluß darüber zu erhalten, ob das Wachsen der beiden Diffusionsströme auf eine größere Imbibitionsfähigkeit der Membranen bei höherer Temperatur zurückzuführen sei, wurde folgende Untersuchung angestellt.

Vollständig trockene Membranstücke von der Größe der Diffusionsfläche wurden gewogen und hierauf in eine gesättigte Kochsalzlösung von gewöhnlicher Temperatur getaucht. Nach 30 Min., der Versuchsdauer bei der Diffusion dieses Salzes, wurden sie aus der Lösung herausgenommen, mit Fließpapier schnell abgetupft, gewogen, dann zur Vertreibung des Wassers getrocknet und abermals gewogen. Man erhält so das Gewicht der von der Membran aufgenommenen Kochsalzlösung, ferner das Gewicht des Salzes und des Wassers. Nachdem die Membranen ausgewässert und getrocknet waren, wurde der Versuch bei einer höheren Temperatur in derselben Weise ausgeführt. In Tab. V sind die Resultate zusammengestellt.

Tabelle V.

Nr. der Membran	Temp. in °C.	Gewicht der imbib. Kochsalzlösung in g	Gewicht des imbib. NaCl in g	Gewicht des imbib. H <sub>2</sub> O in g
I	13°	0,139	0,064	0,075
"	42	0,149	0,051	0,098
"	12	0,129	0,040	0,089
"	42	0,139	0,041	0,098
II	12	0,278	0,098	0,180
"	40	0,268	0,111	0,157
III	12	0,212	0,069	0,143
"	42	0,218	0,072	0,146

Wenn es sich auch hier um Versuche handelt, bei denen eine exakte Genauigkeit ausgeschlossen ist, da wegen des jedesmaligen Abtupfens mit Fließpapier und der Verdunstung während des Wägens Fehler nicht zu vermeiden sind, so genügen die Zahlen doch, den nötigen Aufschluß über die Imbibitionsfähigkeit der Membranen zu geben. Aus ihnen geht deutlich hervor, daß sich diese Fähigkeit bei steigender Temperatur nicht wesentlich ändert. Während bei der Diffusion der Salzstrom des Chlornatriums von 0,746 g bei 16° C. auf 1,318 g bei 40° C. und 1,568 g bei 50° C. stieg, der Wasserstrom bei den entsprechenden Temperaturen von 2,639 g auf 4,678 und 5,546 g, beide Ströme also um mehr als das Doppelte zunahmen, zeigen die Imbibitionsversuche, daß die von der Membran bei verschiedenen Temperaturen aufgenommenen Salz- und Wassermengen sich ungefähr gleich bleiben.

Das Wachsen des Salz- und Wasserstromes bei der Diffusion kann also nicht auf eine größere Fähigkeit der Membran, Lösung aufzunehmen, zurückgeführt werden. Diese Zunahme ist wohl dadurch zu erklären, daß eine größere Beweglichkeit der Salz- und Wassermolekeln bei höherer Temperatur stattfindet. Infolgedessen passieren die Teilchen die Membran viel schneller und in größeren Mengen als bei niederen Temperaturen.

### III. Abhängigkeit des endosmotischen Äquivalentes von der Konzentration der diosmierenden Lösung.

Die für den Diffusionsprozeß wichtige Frage nach der Abhängigkeit des Äquivalentes von der Konzentration der diffundierenden Lösung ist nur von wenigen Experimentatoren, so von Ludwig, Cloetta, Eckhard, Schmidt u. a. eingehender untersucht worden. Da sich diese Untersuchungen aber nur auf die Osmose der beiden Salze Chlornatrium und Natriumsulfat beziehen, beide Salze aber in ihrer Abhängigkeit von der Konzentration sich verschieden, teilweise entgegengesetzt verhalten, so lassen sich hieraus weitere Schlüsse nicht ziehen.

Der folgende Teil dieser Arbeit beschäftigt sich deshalb mit der Frage, wie sich der Diffusionsprozeß der Alkalihaloide bei Lösungen verschiedener Konzentration gestaltet, und welche Änderung das endosmotische Äquivalent hierbei erfährt.

Da die Äquivalentwerte bereits für gesättigte Lösungen bestimmt waren, wurden für jedes Salz noch drei Lösungen verschiedener Konzentration hergestellt und deren Salz- und Wassergehalt auf dieselbe Weise gefunden wie früher.

Um auch hier vergleichbare Versuche anstellen zu können, war es erforderlich, daß mit Ausnahme der Konzentration sämtliche übrigen Versuchsbedingungen stets dieselben blieben. Der Austausch der Flüssigkeiten geschah wieder gegen reines Wasser. Die Temperatur wurde bei allen Versuchen stets auf 16° C. konstant gehalten. Für die drei Lösungen desselben Salzes diente die gleiche Membran, die bereits bei der gesättigten Lösung des betreffenden Salzes benutzt worden war. Endlich war die Dauer und die angewandte Menge beim Versuche entsprechend den früher angestellten dieselbe.

Die Konzentration der diosmierenden Lösung, die sich während des Versuches in jedem Zeitmoment ändert, weil ihr Salzgehalt geringer, ihr Wassergehalt größer wird, wurde in der Weise bestimmt, daß für jede Versuchsreihe aus Anfangs- und Endkonzentration das Mittel genommen wurde. Dieses Verfahren ist allerdings nicht ganz korrekt und einwandfrei. Denn es setzt voraus, daß die beiden Diffusionsströme der Konzentration der Lösung in jedem Zeitmoment proportional

sind, was jedoch, wie sich herausstellen wird, nicht der Fall ist. Weil indes bei den von mir angestellten Versuchen, die nur kurze Zeit dauerten, die Anfangs- und Endkonzentration nicht sehr weit voneinander lagen, schien dieses Verfahren gerechtfertigt zu sein. Während es in den bisher erschienenen Arbeiten über Osmose üblich war, die Konzentration durch den Quotienten des lösenden Wassers in das gelöste Salz oder durch den Quotienten einer gewissen Menge Lösung in die darin enthaltene Gewichtsmenge Salz auszudrücken, soll sie hier durch den Molgehalt angegeben werden, worunter die Salzmenge zu verstehen ist, die durch das Molekulargewicht in Gramm ausgedrückt ist. 1 Mol. Jodnatrium würden demnach 150 g Jodnatrium sein.

Tab. VI enthält die Versuchsergebnisse. Bei allen Versuchen war die Temperatur stets 16° C. Die Versuchsdauer betrug wie früher für NaCl, KCl und RbCl 30, für die anderen Salze 10 Min. Entsprechend betrug auch die Versuchsmenge für die drei genannten Chloride 30 ccm, für die anderen Salze 10 ccm.

Tabelle VI.

Name des Salzes	Molgehalt der Lösung	Ausgetretene Salzmenge in g Mittelwerte	Eingetretene Wassermenge in g Mittelwerte	Äquivalent
NaCl	0,284	0,472	1,104	2,398
"	0,374	0,562	1,882	3,349
"	0,408	0,631	2,186	3,464
"	0,558	0,746	2,639	3,538
NaBr	0,193	0,353	0,163	0,461
"	0,362	0,583	0,562	0,964
"	0,469	0,643	0,788	1,225
"	0,739	0,837	1,122	1,340
NaJ	0,307	0,816	0,373	0,457
"	0,434	1,046	0,763	0,731
"	0,577	1,164	1,075	0,924
"	0,854	1,231	1,429	1,161
KCl	0,188	0,444	0,460	1,036
"	0,253	0,484	0,735	1,519
"	0,314	0,485	0,933	1,924
"	0,407	0,484	1,035	2,176

Tabelle VI (Fortsetzung).

Name des Salzes	Molgehalt der Lösung	Ausgetretene Salzmenge in g Mittelwerte	Eingetretene Wassermenge in g Mittelwerte	Äquivalent
KCl	0,189	0,439	0,399	0,909
"	0,254	0,442	0,674	1,525
"	0,314	0,493	0,844	1,712
"	0,406	0,495	1,035	2,091
KBr	0,110	0,238	0,068	0,286
"	0,217	0,476	0,282	0,592
"	0,321	0,629	0,586	0,932
"	0,461	0,715	0,791	1,106
KJ	0,262	0,933	0,459	0,491
"	0,363	1,214	0,680	0,560
"	0,507	1,509	1,148	0,761
"	0,693	1,514	1,432	0,946
RbCl	0,133	0,689	0,720	1,045
"	0,292	1,045	1,497	1,433
"	0,377	1,098	1,738	1,583
"	0,522	1,192	2,326	1,951
RbBr	0,171	0,705	0,164	0,233
"	0,271	0,994	0,552	0,555
"	0,337	1,016	0,692	0,681
"	0,508	1,495	1,161	0,777
RbJ	0,187	0,776	0,137	0,177
"	0,285	1,232	0,454	0,368
"	0,367	1,486	0,712	0,479
"	0,433	1,791	0,953	0,532
"	0,563	1,903	1,040	0,547

Wie aus den Tabellen hervorgeht, ist das endosmotische Äquivalent aller hier untersuchten Salze für gleiche Zeiten und gleiche Temperatur derart von der Konzentration der diosmierenden Lösung abhängig, daß mit wachsender Konzentration, also mit zunehmendem Molgehalt, der Wert des Äquivalentes ebenfalls zunimmt. Die diffundierten Mengen stehen nicht in linearer Beziehung zur Konzentration; doch sind die

Zahlen nicht genau genug, daß es sich lohnte, die Beziehung durch eine Gleichung zahlenmäßig auszudrücken.

Die Behauptung Ludwigs, „daß das sogenannte endosmotische Äquivalent bei gleicher Temperatur für dieselben Stoffe keine konstante, sondern eine variable Größe darstellt,“ finden wir also bestätigt. Wir können noch hinzufügen, daß der Wert des Äquivalentes der hier untersuchten Alkalihaloide mit wachsender Konzentration größer wird. Ein gleiches Verhalten darf man wohl bei den Lithium- und Cäsiumsalzen, mit denen keine Versuche angestellt worden sind, erwarten.

Wir hatten bereits früher gesehen, daß die Äquivalentwerte mit wachsendem Molekulargewicht abnehmen. Dabei wurde jedoch hervorgehoben, daß es zweckmäßiger sei, statt gesättigter Lösungen, deren Salzgehalt wegen der verschiedenen Löslichkeit der einzelnen Salze ein verschiedener sei, Lösungen von demselben Molgehalt zu vergleichen. Diese Frage läßt sich jetzt entscheiden. Zur besseren Übersicht möge hier die zweite Horizontalreihe der Tab. III angeführt werden. Neben dem Namen des Salzes ist dessen Molekulargewicht, darunter der Molgehalt der gesättigten Lösung und der Äquivalentwert verzeichnet.

NaCl	58,5	NaBr	103	NaJ	150
Mol.	0,583	Mol.	0,739	Mol.	0,857
Äquiv.	3,538	Äquiv.	1,340	Äquiv.	1,161

Es handelt sich hier um gesättigte Lösungen. Wollen wir nun solche von demselben Molgehalt vergleichen, so müssen wir von diesen drei Salzen Lösungen von je 0,553 Mol. haben. Denn von Chlornatrium läßt sich keine Lösung von 0,739 oder gar 0,857 Mol. herstellen; von Bromnatrium keine solche von 0,857 Mol., da sowohl die Chlornatrium- als auch die Bromnatriumlösung bereits vollständig gesättigt ist. Wir sind also gezwungen, Lösungen von je 0,553 Mol. zu vergleichen. Dann haben wir aber weder bei Bromnatrium noch bei Jodnatrium eine gesättigte Lösung; infolgedessen muß das Äquivalent kleiner sein als die oben bezeichneten Werte, weil mit abnehmender Konzentration das endosmotische Äquivalent dieser Salze kleiner wird. Der Unterschied in den Werten wird also noch größer.



Genau wie mit dieser Reihe können wir mit allen Horizontal- und Vertikalreihen der Tab. III verfahren, stets finden wir, daß das Äquivalent in der bezeichneten Weise kleiner wird. Hieraus folgt also, daß mit wachsendem Molekulargewicht der Wert des Äquivalentes abnimmt, mag man es nun mit gesättigten Lösungen oder solchen von gleichem Molgehalt zu tun haben.

Die Ergebnisse vorliegender Arbeit sind, kurz zusammengefaßt, folgende:

1. Das endosmotische Äquivalent ist von der Temperatur unabhängig, solange nicht die Membran durch sie in ihrer Beschaffenheit geändert wird. Dagegen wächst mit der Temperatur die absolute Größe der beiden Diffusionsströme proportional der Temperatur infolge der größeren Beweglichkeit der Molekeln. Das Imbibitionsvermögen der Membran ändert sich mit der Temperatur nicht.

2. Mit wachsender Konzentration nehmen beide Diffusionsströme zu, der Wasserstrom jedoch in größerem Maße als der Salzstrom. Infolgedessen wächst das endosmotische Äquivalent ebenfalls mit der Konzentration. Die Beziehung der diffundierten Mengen zur Konzentration ließ sich nicht durch eine Gleichung zahlenmäßig ausdrücken.

3. Die Äquivalentwerte nehmen mit wachsendem Molekulargewicht ab.

Es sei mir auch an dieser Stelle gestattet, Hrn. Prof. Dr. H. Kayser, auf dessen Anregung hin diese Arbeit angefertigt wurde, für seine gütigen Anweisungen, sein freundliches Interesse und Entgegenkommen bei der Ausführung der Arbeit meinen ehrerbietigsten Dank auszusprechen.

#### Literatur.

Cloetta, Diffusionsversuche durch Membrane mit zwei Salzen. Diss. Zürich 1851.

Dutrochet, Agent immédiat du mouvement vital etc. Paris 1826.

Dutrochet, Aufsätze in den Ann. de chim. et de phys. 35, 37, 49, 51.

Eckhard, Beiträge zur Lehre von der Filtration und Hydrodiffusion. Eckh. Beiträge zur Anat. u. Phys. 1. p. 97. 1855.

Annalen der Physik. IV. Folge. 27.

Eckhard, Über Diffusionsgeschwindigkeit durch tier. Membrane. *Ebenda* 2. p. 159. 1860.

Eckhard, Der gegenwärtige experimentelle Tatbestand der Lehre von der Hydrodiffusion durch tier. Membr. *Pogg. Ann.* 128. p. 61. 1866.

Eckhard, Diffusionsgeschwindigkeit durch tier. Membr. *Eckh. Beitr. zur Anat. u. Physiol.* 2. p. 163 und 3. p. 93.

Harzer, Beiträge zur Lehre von der Endosmose. *Vierordts Archiv f. physiol. Heilkunde* 15. p. 194. 1856.

Jolly, Experimentaluntersuchungen über Endosmose. *Henle u. Pfeufer, Zeitschr. f. rat. Medizin* 7. p. 83. 1849. Auch *Pogg. Ann.* 78. p. 261. 1849.

Ludwig, Über die endosmotischen Äquivalente und die endosmot. Theorie. *Henle u. Pfeufer, Zeitschr. f. rat. Medizin* 8. p. 1. 1849. Auch *Pogg. Ann.* 78. p. 307.

W. Schmidt, Versuche über Endosmose des Glaubersalzes. *Pogg. Ann.* 102. p. 122. 1857.

Schmidt, *Pogg. Ann.* 99. p. 337. 1856.

M. Traube, Experimente zur Theorie der Zellenbildung und Endosmose. *Botan. Zeitg.* 1875. p. 56 u. 65. Auch *Archiv f. Anat. u. Physiol.* 1867. p. 87 u. 129.

(Eingegangen 1. November 1908.)

**11. Bemerkungen**  
**zu Fr. Reinitzers Mitteilung über die Geschichte**  
**der flüssigen Kristalle;**  
**von O. Lehmann.**

Während nach G. Quincke<sup>1)</sup> bereits die Gletschertheorie von J. D. Forbes<sup>2)</sup> zur Vorstellung der Existenz flüssiger Kristalle geführt haben soll, gibt Fr. Reinitzer<sup>3)</sup> an, 'ich sei durch seine Entdeckung der trüben Schmelze des Cholesterylbenzoats zur Auffindung dieses Begriffes gelangt.

Beides ist unrichtig. Forbes hielt die Gletscher für einen *Brei* von Eiskörnern und Wasser, welcher um so leichter zu fließen vermag, je mehr letzteres vorherrscht. Die Körner waren nach seiner Ansicht nicht Kristalle oder gar flüssige Kristalle<sup>4)</sup>, sondern strukturlöse (amorphe) Massen, entstanden durch Verdichtung von Schnee und fortgesetztes Zerbrechen und Wiederverschweißen der Fragmente der ohne jede Ordnung zusammengelagerten winzigen Schneekriställchen, sowie z. B. H. Fizeau<sup>5)</sup> (im Verein mit H. Saint-Claire-Deville und Des-Cloizeaux) durch Zusammenstampfen von kristallinischem Jodsilber die amorphe Modifikation dieser Substanz erhalten zu haben glaubte<sup>6)</sup>, und geschmiedete und (nach Tresca) ge-

1) G. Quincke, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 6. p. 615. 1908.

2) J. D. Forbes, Phil. Trans. London 1846. p. 208.

3) Fr. Reinitzer, Ann. d. Phys. 27. p. 213. 1908.

4) Das Wort Kristall kommt in den betr. Abhandlungen gar nicht vor, mit einer Ausnahme (l. c.), wo *kristallinisch* und *plastisch* als unverträglich bezeichnet werden.

5) H. Fizeau, Pogg. Ann. 132. p. 303. 1867.

6) Insofern keine Aggregatpolarisation (vgl. A. Kundt, Pogg. Ann. 123. p. 410. 1864 und V. v. Ebner, Wien. Sitzungsber. 98. [IIa] p. 1283. 1889) mehr zu erkennen war.

preßte Metalle bis in die neueste Zeit<sup>1)</sup> als amorph betrachtet wurden. Dieser *amorphen* Konstitution wegen schrieb er ihnen ein, wenn auch nur äußerst geringes, Maß von Plastizität zu. Ein bleibend verbogener *Kristall* war nach damaliger Auffassung unmöglich, denn die Kristallographie wurde begründet auf die Definition, ein Kristall sei ein homogener anisotroper Körper, in welchem alle Punkte und parallelen Richtungen gleichwertig sind und der infolgedessen beim Weiterwachsen zu ebenflächiger Form sich ergänzt, welche dem Gesetz der Rationalität der Indizes genügt.<sup>2)</sup> Deformation eines Kristalles mußte vielmehr entweder eine polymorphe Modifikation (nach E. Mitscherlichs Theorie) oder eine amorphe Masse (z. B. nach H. Fizeau) erzeugen, beide mit völlig veränderten Eigenschaften (somit nicht mehr als die ursprüngliche Substanz zu betrachten, sowie man ja z. B. ein aus einer Taschenuhr geschmiedetes Blech nicht mehr als Taschenuhr bezeichnen oder gebrauchen kann).

Die Entdeckung der flüssigen Kristalle konnte erst erfolgen, nachdem die obige Kristalldefinition als irrig erkannt und richtig gestellt war. Hierzu gelangte ich durch meine Untersuchungen über Wachtums-<sup>3)</sup> und Umwandlungserscheinungen und Mischkristalle (vgl. mein Buch Molekularphysik). Kurz gesprochen ist hiernach ein Kristall als *anisotrope Phase ohne Unstetigkeiten* zu definieren, denn er kann *wachsen* und mit anderen Phasen im *Gleichgewicht* sein, ein *amorpher* fester Körper dagegen nicht. Daß es fließende Kristalle gibt, fand ich zuerst bei Jodsilber<sup>4)</sup> lange vor Reinitzers Entdeckung.

1) Vgl. Kalischer, Ber. d. Deutsch. Chem. Ges. 15. p. 702. 1882; W. Campbell, Zeitschr. f. d. ges. Hüttenk. 1906. Heft 23 und 24; G. T. Beilby, Beibl. 32. p. 931. 1908 u. O. Lehmann, Flüssige Kristalle 1904. p. 5 u. 221.

2) Vgl. E. Riecke, Physik. Zeitschr. 6. p. 25. 1905 und G. Tammann, Kristallisieren und Schmelzen p. 7. 1903.

3) Speziell bei (elastisch) gekrümmten, sich bei fortgesetztem Wachstum geradestreckenden oder zerbrechenden Trichiten und amorphen Globuliten, welche H. Vogelsang irrthümlich als embryonale Kristalle betrachten zu können glaubte (Molekularphysik 1. p. 730 u. ff. 1888).

4) Vgl. O. Lehmann, Ann. d. Phys. 25. p. 852. 1908; Verh. d. Frankf. Physik. Ver. 1906/07, p. 68 und Ber. d. Deutsch. Chem. Ges. 41. p. 3774. 1908.

Der Begriff konnte also nicht durch diese entstehen, schon deshalb, weil er bereits vorhanden war. Reinitzers abweichende Meinung beruht auf fortgesetzter Verwechslung von *Entstehung des Begriffes* der flüssigen Kristalle (wozu lange Vorarbeit nötig war), und *Erklärung* der von ihm beobachteten Erscheinungen auf Grund dieses Begriffes. Letztere war keineswegs ohne weiteres möglich, weil die Masse aus *doppeltbrechenden* Kristallen und einer *isotropen* Flüssigkeit zu bestehen schien und meine früheren Beobachtungen über biegsame Kristalle ergeben hatten, daß durch Deformation die Doppelbrechung nicht beseitigt wird, daß vielmehr völlig ausgeschlossen sei, auch durch beliebig starke Deformation (wie bei obigen Versuchen von H. Fizeau) eine doppeltbrechende kristallinische Masse in eine amorphe isotrope überzuführen. Spätere Untersuchungen haben als Ursache die *Homöotropie* (molekulare Richtkraft) aufgedeckt. Somit war eine Erklärung von Reinitzers isotroper Flüssigkeit durch fließende doppeltbrechende Kristalle nicht möglich.<sup>1)</sup> Wenn ich solche Erklärung schließlich doch wagte, so geschah es — zunächst zu Unrecht — auf Grund der Theorie Mallards<sup>2)</sup>, welcher die Annahme des Aufbaues isotroper Körper aus anisotropen Molekülen als zulässig betrachtet. Erst meine Entdeckung des *Zusammenfließens der Kristalle* und der *Homöotropie*, nicht bei Cholesterylbenzoat, sondern bei *Ammoniumoleat*, führte zu richtiger Deutung der scheinbar isotropen Flüssigkeit durch *Pseudoisotropie*<sup>3)</sup> und zur Erklärung des größeren Teiles der fraglichen Erscheinungen.

Die *Farbenerscheinungen*, auf welche Reinitzer das größte Gewicht legte, aufzuklären, ist mir bis heute noch nicht vollständig gelungen.<sup>4)</sup> Wäre also der Begriff der fließenden

1) Ich hatte demnach auch keine Veranlassung, brieflich etwas darüber mitzuteilen, um so weniger als damals die (dritte) Jodsilberarbeit noch im Gange und nicht druckreif war.

2) E. Mallard, *Traité de crist.* 6. p. 262 u. 305. 1884. Vgl. mein Referat in der Zeitschr. f. Kristallogr.

3) O. Lehmann, *Wied. Ann.* 56. p. 786. 1895; *Ann. d. Phys.* 19. p. 407. 1906; *Physik. Zeitschr.* 7. p. 579. 1906; 8. p. 48. 1907; *Zeitschr. f. phys. Chem.* 56. p. 754. 1906 usw.

4) O. Lehmann, *Physik. Zeitschr.* 7. p. 578. 1906.

Kristalle nicht bereits durch meine Jodsilberuntersuchungen entstanden gewesen, so hätten sicher Reinitzers Präparate nicht dazu geführt, so wenig wie die *Myelinformen* des Ammoniumoleats, die längst bekannt und auch von mir untersucht waren<sup>1)</sup>, aber erst nach längeren Bemühungen schließlich ebenfalls als Erscheinungsformen flüssiger Kristalle gedeutet werden konnten.<sup>2)</sup>

G. Quincke hält noch heute weder Reinitzers trübe Schmelze, noch die *Myelinformen* für flüssig kristallinisch, ob- schon er gegen den Begriff flüssiger Kristalle an sich nichts einzuwenden hat (l. c.). Ähnlich W. Nernst, G. Tammann u. a.

Karlsruhe, 19. November 1908.

1) O. Lehmann, Molekularphysik 1. p. 522. 1888.

2) O. Lehmann, Biolog. Zentralbl. 28. p. 481, 513. 1908.

(Eingegangen 21. November 1908.)

## 12. Über das Röntgensche Absorptionsgesetz; von B. Walter.

Vor einigen Jahren<sup>1)</sup> habe ich dargelegt, daß das Röntgensche Absorptionsgesetz, d. h. die Tatsache, daß die Röntgenstrahlen beim Durchgang durch irgend eine Substanz ein größeres Durchdringungsvermögen erlangen als vorher, zwar allgemein gültig zu sein scheint, daß aber die Röntgensche *Erklärung* desselben, d. h. die Annahme, daß die Röntgenstrahlen stets aus einem Gemisch von Strahlen verschiedener Absorbierbarkeit bestehen, zur Erklärung gewisser Beobachtungen nicht ausreichend ist. Hierzu gehört die, daß die Härte der mit einer Härteskala nach dem Benoistschen System gemessenen Röntgenstrahlung nach dem Durchgang durch ein Silberblech *weicher* erscheint als die ebenso gemessene ursprüngliche Strahlung, eine Beobachtung, die ich nur so erklären zu können vermeinte, daß in dem Silber nicht bloß eine Siebung, sondern auch eine wirkliche *Umwandlung* der Strahlen in der Weise stattfindet, daß dieselben für dieses Metall ein relativ größeres Durchdringungsvermögen erhalten als vorher.

Vor kurzem<sup>2)</sup> hat nun Hr. W. Seitz meine Versuche wiederholt und dieselben in jeder Hinsicht bestätigt, trotzdem er eine von der meinen vollkommen verschiedene Beobachtungsweise anwandte. Er findet z. B. ebenso wie ich, daß die Strahlen auch beim Durchgang durch Silber härter werden, daß aber trotzdem für eine solche durch Silber hindurchgegangene Strahlung die Skalenummer der Benoistschen Härteskala nicht erhöht, sondern erniedrigt wird.

Hinsichtlich der Erklärung dieser letzteren Erscheinung ist er nun allerdings anderer Ansicht als ich, indem er annimmt, daß die Benoistsche Skala in diesem Falle nur ein

1) B. Walter, Ann. d. Phys. 17. p. 561. 1905.

2) W. Seitz, Ann. d. Phys. 27. p. 301. 1908.

Weicherwerden der Strahlen *vortäusche*, insofern von den beiden hier in Frage kommenden Metallen das Absorptionsvermögen des Aluminiums von den weichen zu den harten Röntgenstrahlen hin kontinuierlich abnehme, das des Silbers dagegen für Strahlen mittlerer Härte ein Minimum habe. Die Verhältnisse sollen vollständig denen bei der selektiven Absorption des Lichtes entsprechen.

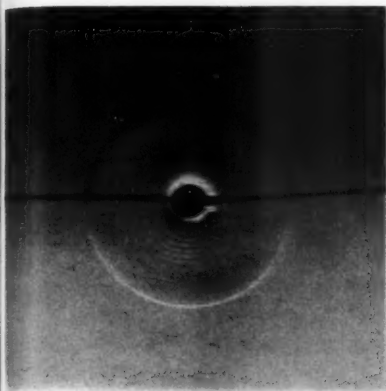
Hierzu habe ich nun zu bemerken, daß einesteils Hr. Seitz das von ihm bei der Absorption des Silbers angenommene Minimum bei seinen daraufhin gerichteten Versuchen nicht gefunden hat, und daß andererseits eine ähnliche Erklärung dieser Erscheinungen auch schon von mir, l. c. p. 563 unten, angedeutet, dabei aber gleichzeitig betont worden ist, daß die Annahme, daß das Silber für härtere Strahlen durchlässiger sein soll als für weiche — denn darauf läuft doch auch die Annahme des Hrn. Seitz hinaus —, mit der Definition des Begriffes „hart“ und „weich“ und damit also auch mit der Röntgenschen Erklärung seines Absorptionsgesetzes in Widerspruch steht.

So sehr ich es daher auch begrüße, daß meine Beobachtungen durch die Versuche des Hrn. Seitz eine so gute Bestätigung gefunden haben, so kann ich doch nicht zugeben, daß durch dieselben die von mir aus jenen Beobachtungen gezogenen Schlüsse widerlegt worden sind.

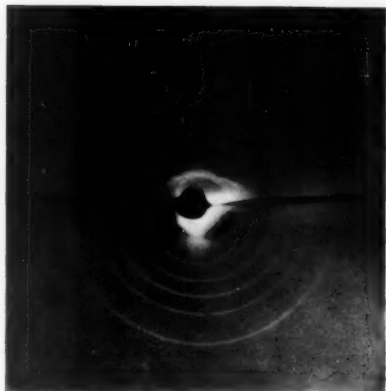
Hamburg, Physik. Staatslabor, im November 1908.

(Eingegangen 6. November 1908.)

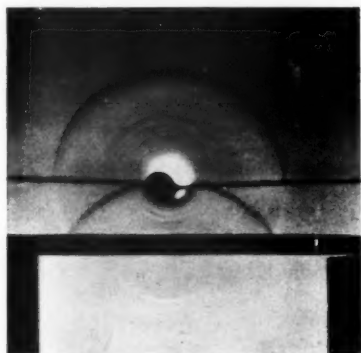




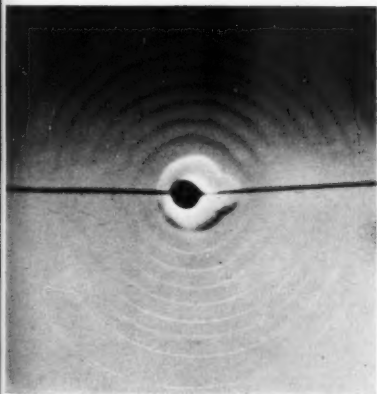
Photogr. 1.



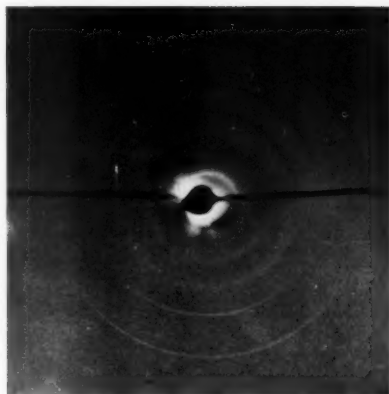
Photogr. 3.



Photogr. 2.



Photogr. 4.



Photogr. 5.

A

A

B

B

B

du

## Namenregister zum Jahrgang 1908.

### A.

Aschkinass, E., Wirkungsbereich und Absorption der  $\alpha$ -Strahlen. Mit einem Anhang: Über die von den  $\alpha$ -Teilchen erzeugte Sekundärstrahlung 27, 377.

Athanasiadis, G., Das Verhältnis der Beleuchtung zum Leitungsvermögen des Selens 25, 92. — Wirkung der Röntgenstrahlung auf den elektrischen Widerstand des Selens 27, 890.

### B.

Bakker, G., Dünne Flüssigkeits-häute und kleine Flüssigkeits-tröpfchen 26, 35.

Bender, R. u. Königsberger, J., Über die absolute und relative Größe des Phasensprunges bei senkrechter Reflexion an Metallen und Metallverbindungen 26, 763.

Berndt, G., Über Hysteresis bei einigen Eisenverbindungen 27, 712.

du Bois, H. und Elias, J., Der Einfluß von Temperatur und Magnetisierung bei selektiven Ab-

sorptions- und Fluoreszenzspek-tren 27, 239.

Bumstead, H. A., Bemerkung zu der Abhandlung des Hrn. Angerer: „Ursprung der Wärme-entwicklung bei Absorption von Röntgenstrahlen“ 25, 152.

Bunzel, H. H., Über den zeitlichen Verlauf der galvanischen Polari-sation 27, 436.

### C.

Cermak, P., Thermoelektrische Kraft und Peltiereffekt beim Über-gange vom festen zum flüssigen Aggregatzustande 26, 521.

Cuno, E., Über Lösungen in Ge-mischen von Alkohol und Wasser 25, 346.

### D.

Debye, P., Eine Bemerkung zu der Arbeit von Hrn. F. A. Schulze: „Einige neue Methoden zur Bestimmung der Schwingungs-zahlen höchster hörbarer und un-hörbarer Töne usw. 25, 819.

Deininger, F., Über den Austritt negativer Ionen aus einigen glühenden Metallen und aus glühendem Calciumoxyd 25, 285.

Dember, H., Über lichtelektrische Kanalstrahlen 26, 403.

Dieckmann, E., Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der von einem Poulson-Lichtbogen ausgesandten kurzwelligigen Schallstrahlen 27, 1066.

Dieterici, C., Über die innere Verdampfungswärme 25, 569.

Dörsing, K., Messung der Geschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten und des Verhältnisses der beiden spezifischen Wärmen des Äthers mit Hilfe Kundtscher Staubfiguren 25, 227.

Dolezalek, F., Über Binanten-elektrometer für Zeiger- und Spiegelablesung 26, 312.

#### E.

Ebeling, H., Über den Temperaturverlauf in wechselstromdurchflossenen Drähten 27, 391.

Eger, H., Untersuchungen über das Durchströmen von Gasen durch Kapillaren bei niederen Drucken 27, 819.

Einstein, A. u. Laub, J., Über die elektromagnetischen Grundgleichungen für bewegte Körper 26, 532. — Berichtigung dazu 27, 232. — Über die im elektromagnetischen Felde auf ruhende Körper ausgeübten ponderomotorischen Kräfte 26, 541.

Elias, J. und du Bois, H., Der Einfluß von Temperatur und

Magnetisierung bei selektiven Absorptions- u. Fluoreszenzspektren 27, 233.

Engler, W., Über den Einfluß der Temperatur auf radioaktive Umwandlungen 26, 483.

#### F.

Fischer, O., Über ein von M. Wien geäußertes Bedenken gegen die Helmholtzsche Resonanztheorie des Hörens 25, 118.

Frank, Ph., Das Relativitätsprinzip der Mechanik und die Gleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern 27, 897. — Relativitätstheorie u. Elektronentheorie in ihrer Anwendung zur Ableitung der Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten ponderablen Körpern 27, 1059.

Fürstenau, R., Über das Verhältnis der spezifischen Wärmen der Gase und seine Abhängigkeit von der Temperatur 27, 735.

#### G.

Gans, R., Zur Theorie des Ferromagnetismus. 2. Mitteilung: Die reversible longitudinale Permeabilität 27, 1.

Gehrcke, E. u. Reichenheim, O., Anodenstrahlen I 25, 861.

Gerdien, H. und Holm, R., Das Spektrum der Kanalstrahlen in Helium 27, 844.

Goldhammer, D. A., Über die Temperatur der Sonne. 1. Mitteilung 25, 905.

Goldmann, A., Lichtelektrische Untersuchungen an Farbstoffzellen 27, 449.

Goldstein, E., Über Erzeugung von Linienspektren 27, 773. —

Grüneisen, E., Die elastischen Konstanten der Metalle bei kleinen Deformationen. II. Torsionsmodul, Verhältnis von Querkontraktion zu Längsdilatation und kubische Kompressibilität 25, 825. — Über die thermische Ausdehnung und die spezifische Wärme der Metalle 26, 211. — Zusammenhang zwischen Kompressibilität, thermischer Ausdehnung, Atomvolumen und Atomwärme der Metalle 26, 393.

## H.

Haber, F., Über feste Elektrolyte ihre Zersetzung durch den Strom und ihr elektromotorisches Verhalten in galvanischen Ketten 26, 927.

Hack, F., Die Ausbreitung ebener elektromagnetischer Wellen längs eines geschichteten Leiters, besonders in den Fällen der drahtlosen Telegraphie 27, 43.

Happel, H., Zur Kinetik und Thermodynamik der Gemische 26, 95.

Henning, F. u. Holborn, L., Über das Platinthermometer und den Sättigungsdruck des Wasserdampfes zwischen 50 und 200° 26, 833.

Hermann, L., Zur Theorie der Kombinationstöne 25, 697.

Hess, V. F., Über eine allgemeine Beziehung zwischen Volumkon-

traktion und den drei üblichen Formen des Refraktionsvermögens bei Flüssigkeitsgemischen 27, 589.

Heydweiller, A., Über Dämpfung und Widerstand in Kondensatorfunken 25, 48. — Über den Induktionsfunken und seine Wirkungsweise 26, 1019.

Holborn, L. u. Henning, F., Über das Platinthermometer und den Sättigungsdruck des Wasserdampfes zwischen 50 und 200° 26, 833.

Holm, R. u. Gerdien, H., Das Spektrum der Kanalstrahlen in Helium 27, 844.

## I.

Ignatowsky, W. v., Diffraction und Reflexion, abgeleitet aus den Maxwell'schen Gleichungen 25, 99; 26, 1031.

## J.

Jaffé, G., Über die Ionisation flüssiger Dielektrika durch Radiumstrahlen 25, 257.

Jensen, Chr., Bemerkungen zu meiner Arbeit über Münzdurchdringungsbilder 25, 185.

Jentzsch, F., Über die Elektronenemission glühender Metalloxyde 27, 129.

## K.

Lord Kelvin, Nachruf 25, 1.

Klupathy, E., Die magnetische Wirkung der Kathodenstrahlen 25, 31.

Koch, J., Über die Wellenlänge der Reststrahlen von Gips 26, 974.

Koch, P., P., Über das Verhältnis der spezifischen Wärmen  $c_p/c_v = k$  in trockener, kohlenstofffreier atmosphärischer Luft als Funktion des Druckes bei den Temperaturen  $0^\circ$  und  $-79,3^\circ \text{C}$ . 26, 551; 27, 311.

König, P. Pallme, Der Widerstand des Wismuts im veränderlichen Magnetfeld und für veränderlichen Meßstrom 25, 921.

Koenigsberger, J. u. Bender, R., Über die absolute und relative Größe des Phasensprunges bei senkrechter Reflexion an Metallen und Metallverbindungen 26, 763.

Kohl, E., Über die Entropiefunktion beim Umsatz von chemischer und elektrischer Energie 25, 155.

Kohlrausch, F., Über das von F. und W. Kohlrausch bestimmte elektrochemische Äquivalent des Silbers, insbesondere mit Rücksicht auf die sogenannte Anodenflüssigkeit 26, 580.

Kohlrausch, F. u. Weber, R. H., Elektrochemisches Äquivalent und Temperatur 26, 409.

#### L.

Ladenburg, R., Über den Einfluß der Reibung auf die Schwingungen einer mit Flüssigkeit gefüllten Kugel 27, 157.

Laub, J., Zur Optik der bewegten Körper 25, 175. — Über die durch Röntgenstrahlen erzeugten sekundären Kathodenstrahlen 26, 712.

Laub, J. u. Einstein, A., Über die elektromagnetischen Grundgleichungen für bewegte Körper 26, 532. — Berichtigung dazu 27,

232. — Über die im elektromagnetischen Felde auf ruhende Körper ausgeübten ponderomotorischen Kräfte 26, 541.

Lehmann, O., Zur Geschichte der flüssigen Kristalle 25, 852. — Bemerkungen zu Fr. Reinitzers Mitteilung über die Geschichte der flüssigen Kristalle 27, 1099.

Lohnstein, Th., Zur Theorie des Adhäsionsplattenversuches 25, 807.

Ludewig, P., Über die sog. elektrolitischen Stromunterbrecher 25, 467.

#### M.

Markau, K., Dämpfung elektrischer Schwingungen in Kondensatorkreisen, welche statt der Luft-Funkenstrecke eine Cooper-Hewittsche Quecksilberbogenlampe enthalten 26, 167.

Mattenklodt, E., Dielektrische Untersuchungen an Glimmer 27, 359.

Mayer, E., Ein neues Universalvariometer für Lokalvariationen, Intensitäts- u. Deklinationsschwankungen 25, 783.

Meyer, E. u. Regener, E., Über Schwankungen der radioaktiven Strahlung und eine Methode zur Bestimmung des elektrischen Elementarquantums 25, 757.

Mie, G., Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen 25, 377. — Sättigungsstrom und Stromkurve einer schlechtleitenden Flüssigkeit 26, 597.

Möller, H. G., Zur Theorie der Überspannung bei elektrolytischer

Gasabscheidung 25, 725. — Elektrolytische Vorgänge an der Elektrodenoberfläche. Überspannung und Elektrokapillarität 27, 665.

Moore, B. E., Über die Zerlegung der Spektrallinien von Barium, Yttrium, Zirkon und Osmium im magnetischen Felde 25, 309.

P.

Paschen, F., Über die Dispersion des Steinsalzes und Sylvins im Ultrarot 26, 120, 1029. — Zur Kenntnis ultraroter Linienspektren. I. (Normalwellenlängen bis 27000 Å.-E.) 27, 537.

Pflüger, A., Die Gesetze der Temperaturstrahlung und die Intensitätsverteilung im Spektrum der Quecksilberlampe 26, 789.

Planck, M., Zur Dynamik bewegter Systeme 26, 1.

Podszus, E., Thermoelektrische Kräfte in Elektrolyten 27, 859.

Pohl, R. u. Walter, B., Zur Frage der Beugung der Röntgenstrahlen 25, 715.

Pringal, E., Über den wesentlichen Einfluß von Spuren nitroser Gase auf die Kondensation von Wasserdampf 26, 727.

Q.

Quincke, G., Die Schaumstruktur des Schwefels und deren Einfluß auf Doppelbrechung, Dichroismus, elektrische Eigenschaften und Kristallbildung 26, 625.

R.

Regener, E. u. Meyer, E., Über Schwankungen der radioaktiven

Strahlung und eine Methode zur Bestimmung des elektrischen Elementenquantums 25, 757.

Reiche, F., Gesetze der Kompression einer Hohlraumstrahlung durch eine „semipermeable“ Platte 25, 521.

Reichenheim, O. u. Gehrcke, E., Anodenstrahlen I. 25, 861.

Reinitzer, Fr., Zur Geschichte der flüssigen Kristalle 27, 213.

Reissig, J., Ultramikroskopische Beobachtungen 27, 186.

Retschinsky, T., Einfluß der Temperatur und des Aggregatzustandes auf die Absorptionsspektren der geschmolzenen Salze 27, 100.

Richarz, F., Über die Erhitzung von Elektrolyten an kleinen Elektroden bis zur Siedetemperatur (zur Berichtigung von Hrn. Paul Ludewig) 25, 1022.

Riebesell, P., Über die Theorie des Gleichstromgenerators 25, 135.

Riecke, E., Berichtigung zu dem Aufsatz: „Untersuchungen über Entladungserscheinungen in Geisslerschen Röhren“ 25, 623. — Über die Bewegung der  $\alpha$ -Ionen 27, 797.

Ritz, W., Magnetische Atomfelder und Serienspektren 25, 660.

Rubens, H., Über die Dispersion von Steinsalz und Sylvit für lange Wellen 26, 615.

Ruckes, W., Untersuchungen über den Ausfluß komprimierter Luft aus Kapillaren und die dabei auftretenden Turbulenzerscheinungen 25, 983.

- Rüdenberg, R., Der Empfang elektrischer Wellen in der drahtlosen Telegraphie 26, 446.
- Ruoss, H., Über eine neue Bestimmung der Pole von Stabmagneten 27, 118.
- S.
- Saeland, S., Über die photographische Wirkung von Metallen und Wasserstoffsuperoxyd (sogenannte Metallstrahlung) 26, 899.  
— Nachschrift dazu 27, 903.
- Sahulka, J., Über das Verhalten fester, insbesondere pulverförmiger Körper in bewegten Flüssigkeiten und Gasen 25, 885.
- Schames, L., Über die Abhängigkeit der Permeabilität des Eisens von der Frequenz bei Magnetisierung durch ungedämpfte Schwingungen 27, 64.
- Schild, K., Die magnetischen Eigenschaften elektrolytischer Eisenniederschläge 25, 586.
- Schlett, W., Über die Änderung der Dichte und spezifischen Wärme bei Platin und Nickel durch Bearbeitung und über Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme derselben 26, 201.
- Schmidt, K. E. F., Über die Messung der Dämpfung in elektrischen Schwingungskreisen 26, 622.
- Schmidt, W. (Wien), Ein Apparat zur Aufsuchung regelmäßiger Wellen im Luftdruck 27, 346.
- Schott, G. A., Über den Einfluß von Unstetigkeiten bei der Bewegung von Elektronen 25, 63.  
— Berichtigung dazu 25, 824.
- Schulz, H., Untersuchung isotroper und anisotroper Medien durch Reflexion der Lumerschellen Doppelringe 26, 139.
- Schulze, F. A., Die Übereinstimmung der als Unterbrechungstöne bezeichneten Klangerscheinungen mit der Helmholtzschen Resonanztheorie 26, 217.
- Schulze, G., Die elektrolytische Ventilwirkung des Niobs und eine Klassifizierung des Verhaltens elektrolytischer Anoden 25, 775.  
— Über die elektrolytische Ventilwirkung der Metalle Zink, Cadmium, Silber und Kupfer 26, 372.
- Seitz, W., Über Röntgenstrahlen und das Röntgensche Absorptionsgesetz 27, 301.
- Sieger, B., Die Beugung einer ebenen elektrischen Welle an einem Schirm von elliptischem Querschnitt 27, 626.
- Silberstein, L., Über elektromagnetische Unstetigkeitsflächen und deren Fortpflanzung 26, 751.
- Sirk, H., Zur Berechnung der molekularen Dimensionen 25, 894.
- Smith, G. Mc Phail, Bemerkungen zu der Arbeit von M. von Wogau: Die Diffusion von Metallen in Quecksilber 25, 252.
- Smoluchowski, M. v., Molekular-kinetische Theorie der Opaleszenz von Gasen im kritischen Zustande, sowie einiger verwandter Erscheinungen 25, 205.
- Stark, J., Über die Spektren des Sauerstoffs (Dopplereffekt bei Kanalstrahlen) 26, 806.
- Stark, J. u. Steubing, W., Über die spektrale Intensitätsverteilung



der Kanalstrahlen im Wasserstoff  
26, 918.

Steubing, W., Über die optischen  
Eigenschaften kolloidaler Gold-  
lösungen 26, 329.

Steubing, W. u. Stark, J., Über  
die spektrale Intensitätsverteilung  
der Kanalstrahlen im Wasserstoff  
26, 918.

Stschodro, N., Über Hertz'sche  
Spiegelversuche mit dem Duddel-  
schen Bogen 27, 225.

T.

Tägl, K., Über die Dielektrizitäts-  
konstante einiger Gase bei hohem  
Druck 26, 59.

Thiesen, M., Eine Bestimmung der  
Schallgeschwindigkeit in Luft von  
0° 25, 506.

Tobusch, H., Über elastische und  
magnetische Nachwirkung 26, 439.

Toepler, M., Gleitbüschel auf  
Flüssigkeitsoberflächen 25, 745. —  
Neue einfache Versuchsanordnung  
zur bequemen subjektiven Sicht-  
barmachung von Funkenschall-  
wellen nach der Schlierenmethode  
27, 1043. — Zur Kenntnis der  
Funkenschallwellen elektrischer  
Oszillationen 27, 1051.

Trowbridge, A., Bemerkung zu der  
Abhandlung des Hrn. F. Paschen  
betreffs der Dispersion des Stein-  
salzes und Sylvin's im Ultrarot  
27, 231.

V.

Voigt, W., Über singuläre Rich-  
tungen in pleochroitischen Kri-

stallen 27, 1002. — Ein optisches  
Paradoxon 27, 1023.

Vollgraff, J. A., Rotierendes Di-  
elektrikum im magnetischen Felde  
27, 229.

W.

Wagner, E., Über den Einfluß des  
hydrostatischen Druckes auf die  
Stellung der Metalle in der thermo-  
elektrischen Spannungsreihe 27,  
955.

Walther, B., Versuche über die So-  
larisation photographischer Platten  
27, 83. — Über das Röntgensche  
Absorptionsgesetz 27, 1103.

Walter, B. und Pohl, R., Zur  
Frage der Beugung der Röntgen-  
strahlen 25, 715.

Weber, R. H., Die Bewegung  
kapillarer Grenzflächen und die  
Randwinkelgesetze für bewegte  
reibende Flüssigkeiten 26, 884.

Weber, R. H. u. Kohlrausch, F.,  
Elektrochemisches Äquivalent und  
Temperatur 26, 409.

Westphal, W., Potentialmessungen  
im dunklen Kathodenraum glühender  
Oxydkathoden 27, 571.

Wiemers, F., Osmotische Unter-  
suchungen über Alkalibaloide 27,  
1081.

Wien, M., Über die Verstimmlung  
gekoppelter Systeme 25, 7. —  
Über die Dämpfung von Kon-  
densatorschwingungen. I. Rück-  
wirkung eines resonierenden  
Systems. II. Erzeugung wenig ge-  
dämpfter Schwingungen 25, 625.

Wien, W., Über positive Strahlen.  
Erste Abhandlung 27, 1025.

Winkelmann, A., Über einige Erscheinungen, die bei der Beugung des Lichtes durch Gitter auftreten 27, 905.

Witte, H., Weitere Untersuchungen über die Frage nach einer mechanischen Erklärung der elektrischen Erscheinungen der Annahme eines kontinuierlichen Weltäthers 26, 285.

## Z.

Zehnder, L., Über ein neues Halbschattenpolarimeter 26, 985. — Über die Polarisation des Lichtes bei der Glasreflexion 26, 998.

Zernov, W., Über absolute Messungen der Schallintensität. Die Rayleighsche Scheibe. Zweite Mitteilung 26, 79.





D  
K  
D  
T  
P

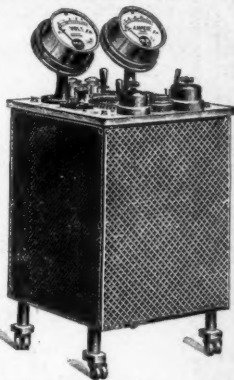
W  
ers  
An

L



**Arbeits-(Praktikanten-)Tische**  
in allen möglichen Ausführungen,  
ganz den jeweiligen örtlichen Verhältnissen angepaßt.

**Experimentier-Schalttafeln**  
für Lehranstalten u. Laboratorien, als Wandtableau und in Form fahrbarer Tische ausgeführt, gestatten die Verwendung des Stromes städtischer Centralen bis 110, 160, 220 Volt u. 20 oder 30 Amp. für alle im Experimentalunterricht vor kommende Arbeiten. Die Schalttafeln sind für kleine und große Stromstärken bei beliebigen Spannungen von 0,3 bis 110 resp. 220 Volt zu verwenden. Höhere Spannungen als wie eingestellt, treten auch bei Stromunterbrechung nicht auf. — Es ist damit also einem wirklichen, langgefühlten Bedürfnis abgeholfen.  
[a. Referenzen. *Man verlange Spezial-Prospekt!*]



**Neu!**

## Öl-Luftpumpen

System Kohl,  
D.R.P. 169180.

**Neu!**

**Allein-Vertrieb und Alleinberechtigung zur Fabrikation.**

Die Pumpe verdünnt bis auf 0,0006 mm und verspritzt während des Pumpens kein Öl! Sie eignet sich vorzüglich zum Auspumpen von Röntgen-Röhren.

*Man verlange Spezial-Prospekt!*

**Neu!**

## Demonstrationsapparat für Fernphotographie

nach

Prof. Dr. Arthur Korn, München.

*Man verlange Spezial-Prospekt.*

## D. D. Thermoskope

nach Kolbe

in neuester, verbesserter Ausführung.

## Radiumbromid

von überraschender Wirkung;  
chemisch rein.

Preis auf Anfrage.



**Weltausstellung Lüttich 1905: 2 Grands Prix!**

**Weltausstellung St. Louis 1904: Grand Prix und Gold. Medaille,**

ersteren in der Sonderausstellung des Königl. Preuss. Unterrichtsministeriums in Berlin für die im Auftrage der Regierung ausgestellte Einrichtung eines physikalischen Hörsaales, letztere in der deutschen Unterrichtsausstellung, Abteilung: wissenschaftliche Instrumente.

Ehrendiplom der Ausstellung der Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte, Düsseldorf 1898.

**Geldene Medaillen** Leipzig 1897, Weltausstellung Paris 1900, Aussig 1903, Athen 1904.

*Listen mit ausführlichen Kostenanschlägen, Beschreibungen, Referenzen usw. gratis und franko.*

# E. Leybold's Nachfolger

==== Cöln a. Rh. =====

Neu!

Neu!

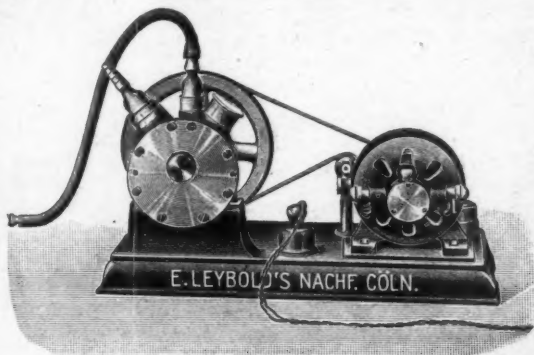
## Universal-Luftpumpe

D.R.P. angem.

nach Dr. Gaede.

D.R.P. angem.

Die neue rotierende Universal-Luftpumpe nach Dr. Gaede eignet sich für alle üblichen Demonstrationen, sowohl als Vakuumpumpe wie als Druckpumpe, resp. Gebläse.



Evakuieren einer elektrischen Röhre bis zur grünen Glasfluoreszenz in einer Minute.

Gefrierenlassen des Wassers im Vakuum in wenigen Sekunden.

Evakuieren eines 5 Liter-Rezipienten für die gewöhnlichen Vakuumversuche in ca. 1 Minute.

Versuche mit Druckluft.

Verwendung für akustische Versuche (Anblasen mehrerer Orgelpfeifen, großer Schnarrpfeife, Sirene etc.).

Die besonderen Vorzüge der Gaedeschen Universalpumpe sind:  
*Große mechanische Festigkeit, Unempfindlichkeit gegen Wasserdämpfe, außerordentlich hohe Leistung bei geringen Dimensionen und kleinem Gewicht, rotierender, automatischer Antrieb mittels Elektromotor, bequeme Handhabung.*

**Illustrierte Preisliste auf Verlangen.**

Alleinige Inseratenannahme durch: Max Gelsdorf, Eberswalde.  
Mit einer Beilage von B. G. Teubner, Leipzig.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

